Paket

Gleichungen M 7

„Ich kenne die Funktionen von Variablen. Ich kenne einfache Rechengesetze und kann diese anwenden. Ich kann Terme vereinfachen.“

Teilziele

Mathematik Gleichungen M 7

Materialien	Teilziele	✔
1	Ich kann erklären, was Variablen sind und wozu sie eingesetzt werden.	
2, 3, 4, 5, 6	Ich kann die Glieder in einem Term ordnen und zusammenfassen (Kommutativgesetz).	
2, 4	Ich kann Terme vereinfachen.	
7, 8, 9	Ich kann einfache Klammern ausmultiplizieren (Distributivgesetz).	
10	Teste dein Wissen.	

Lizenzhinweise:

Stempelkarte

Mathematik Gleichungen M 7

INFO: Gleichungen (Begriffe) **1**	INFO: Terme **2**	INFO: Kommutativgesetz **3**
AB: Terme ordnen & zusammenfassen **4**	AB: Terme aufstellen **5**	AB: Terme in der Geometrie **6**
INFO: Distributivgesetz **7**	AB: Ausmultiplizieren (1) **8**	AB: Ausmultiplizieren (2) **9**
AB: Teste dein Wissen **10**		

Bereitgestellt von: MNWeG
Stand: 20.02.2023
Lizenzhinweise:
CC BY SA

Vielleicht bist du noch nie über das Wort „Gleichungen“ gestolpert - gerechnet hast du mit ihnen aber bereits in der Grundschule. Insofern ist dieser Kompetenzbereich kein völlig neuer Bereich für dich. Du lernst nur mehr über Regeln im Umgang mit Gleichungen und dass Gleichungen auch Variablen enthalten können.

Das ist eine Gleichung:

$$20 + x = 25$$

Variable

In dieser Gleichung gibt es eine **Variable**: das x

$$20 + \boxed{\mathrm{x}} = 25$$

Variablen sind Buchstaben, für die genau ein Wert, manchmal aber auch mehrere, verschiedene Werte eingesetzt werden können.
In dieser einfachen Gleichung ist sehr schnell klar: $x = 5$
Zur Kontrolle kann man das x durch 5 ersetzen und berechnen:

$$\begin{aligned} 20 + \boxed{\mathrm{x}} &= 25 \quad |für\ x = 5 \\ 20 + \boxed{5} &= 25 \\ 25 &= 25 \end{aligned}$$

Und siehe da: setzt man für x die Zahl 5 ein, dann stimmt die Gleichung - denn links und rechts vom Gleichheitszeichen steht das Gleiche.

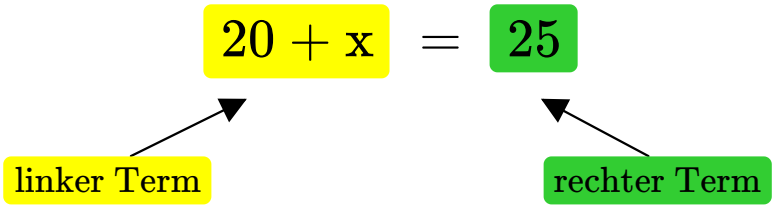
Merke

Eine **Variable** ist ein Platzhalter für eine Zahl (deswegen werden Variablen auch oft „Platzhalter“ genannt). Man verwendet sie in mathematischen Ausdrücken in Form von Buchstaben.
Für Variablen kann man jeden beliebigen Wert oder jede beliebige Zahl einsetzen - ob dann das Ergebnis stimmt, kann man mit Hilfe einer Gleichung berechnen.

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/mnw/dokument/gleichungen-begriffe-1
CC BY SA

Term

Ein Term ist ein „sinnvoller“ Rechenausdruck. Das kann eine einzelne Zahl, eine einzelne Variable oder eben ein Rechenausdruck mit verschiedenen Zahlen und / oder Variablen und Rechenzeichen sein.
Unsere Bespielgleichung besteht aus zwei Termen:



Merke

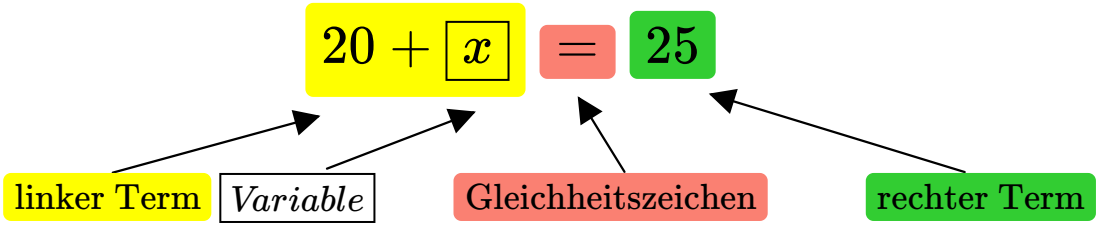
Ein **Term** ist ein sinnvoller (also lösbarer) Rechenausdruck.
Ein Term enthält **nie** Gleichheitszeichen.
Eine Gleichung hat immer einen **linken** und einen **rechten Term**.

Hinweis

In diesem Materialpaket wird vor allem der Umgang mit Termen geübt. Das Rechnen mit vollständigen Gleichungen wird in *Gleichungen E 7* und *Gleichungen M 8* erklärt und geübt.

Gleichung

Eine **Gleichung** ist das Ergebnis aller oben genannten Punkte:
1. Gleichungen haben oft (aber nicht immer) **Variablen**.
2. Gleichungen haben zwei **Terme** (links und rechts vom Gleichheitszeichen).
3. Der Linke und der Rechte Term werden durch ein **Gleichheitszeichen** miteinander verbunden.

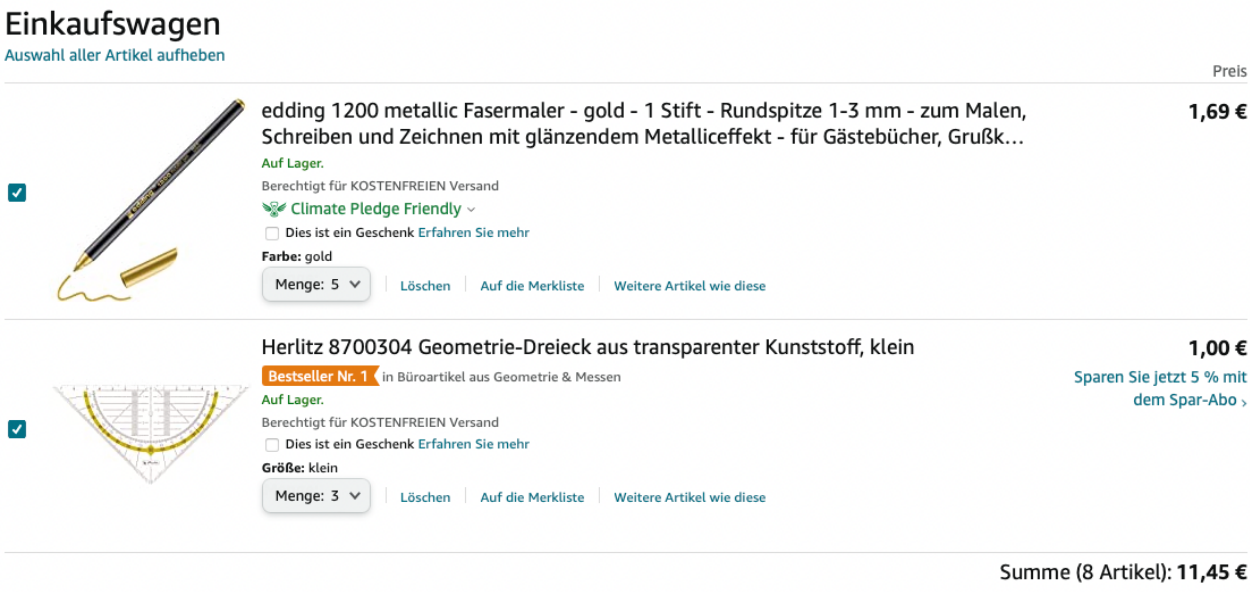


Merke

Eine Gleichung ist ein mathematischer Ausdruck, bestehend aus **zwei Termen**, die durch das Gleichheitszeichen verbunden sind.
Terme können **Variablen** enthalten.
Die beiden Terme heißen linke bzw. rechte Seite der Gleichung.

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/mnw/dokument/gleichungen-begriffe-1
CC BY SA

Jedes Mal, wenn du online eingekauft hast, hat die Plattform für deinen Einkauf einen Term aufgestellt, um die Gesamtsumme zu errechnen.
Hast du z.B. 5 Fasermaler und 3 Geodreiecke in den Einkaufswagen getan, dann sieht dein Einkaufswagen wie folgt aus:



Der Term, den die Plattform automatisch im Hintergrund aufstellt, sieht dann in etwa so aus:

$$f + f + f + f + f + g + g + g$$

Dabei steht die Variable „f“ für „Fasermaler“ und „g“ für „Geodreieck“.
Da insgesamt 5 Mal der Fasermaler (f) gekauft werden soll, kann man die fünf Variablen auch zusammenfassen. Gleiches gilt auch für die Geodreiecke (g):

$$f + f + f + f + f + g + g + g = 5 \cdot \mathrm{f} + 3 \cdot \mathrm{g}$$

Da in der Datenbank hinterlegt ist, dass $1 \cdot f$ genau $1{,}69€$ und $1 \cdot g$ genau $1{,}00€$ kostet, kann nun die Gesamtsumme berechnet werden:

$$\begin{aligned} 5 \cdot 1{,}69€ + 3 \cdot 1{,}00€ &= 8{,}45€ + 3{,}00€ \\ &= \underline{\underline{\mathbf{11{,}45€}}} \end{aligned}$$

CC BY SA

Terme vereinfachen / zusammenfassen

$$d + a + c + a + b + a + c + b + c + d + e + a + e + a + f + e + f + d$$

Dieser Term soll vereinfacht werden.

Wichtig

Es können nur identische Faktoren (also Zahlen, Zahlen mit Variablen oder nur Variablen) miteinander verrechnet bzw. zusammengefasst werden!

$$\mathrm{d} \; +\mathrm{a} \; +\mathrm{c} \; +\mathrm{a} \; +\mathrm{b} \; +\mathrm{a} \; +\mathrm{c} \; +\mathrm{b} \; +\mathrm{c} \; +\mathrm{d} \; +\mathrm{e} \; +\mathrm{a} \; +\mathrm{e} \; +\mathrm{a} \; +\mathrm{f} \; +\mathrm{d} \; +\mathrm{f} \; +\mathrm{e}$$

1.: Als erstes sortieren wir den Term einmal. Dabei gruppieren wir jede Variable:

$$+\mathrm{a} \; +\mathrm{a} \; +\mathrm{a} \; +\mathrm{a} \; +\mathrm{a} \; +\mathrm{b} \; +\mathrm{b} \; +\mathrm{c} \; +\mathrm{c} \; +\mathrm{c} \; +\mathrm{d} \; +\mathrm{d} \; +\mathrm{d} \; +\mathrm{e} \; +\mathrm{e} \; +\mathrm{e} \; +\mathrm{f} \; +\mathrm{f}$$

2.: Nun können die Gruppen zusammengefasst oder vereinfacht werden:

$$5 \cdot \mathrm{a} \; + 2 \cdot \mathrm{b} \; + 3 \cdot \mathrm{c} \; + 3 \cdot \mathrm{d} \; + 3 \cdot \mathrm{e} \; + 2 \cdot \mathrm{f}$$

Schreibweise

Beim Schreiben von Termen ist eine einheitliche Schreibweise wichtig. Deshalb gilt:

„$5 \cdot a$“ wird als „$5a$“ geschrieben!

Soll also aufgeschrieben werden, wie viele Mal eine Variable vorkommt, wird das Malzeichen weggelassen!

$$5 \cdot a = 5a$$

Der Term oben wird also wie folgt geschrieben:

$$5 \cdot a + 2 \cdot b + 3 \cdot c + 3 \cdot d + 3 \cdot e + 2 \cdot f = 5\mathrm{a} + 2\mathrm{b} + 3\mathrm{c} + 3\mathrm{d} + 3\mathrm{e} + 2\mathrm{f}$$

CC BY SA

Das Kommutativgesetz wird in Deutsch auch „Vertauschungsgesetz“ genannt, denn das lateinische Wort „commutare“ heißt „vertauschen“.
Auch wenn dir der Begriff vielleicht zum ersten Mal begegnet, angewendet hast du das Gesetz schon immer.

Denn das Kommutativgesetz sagt nichts anderes aus, als dass man bei der **Addition** und **Multiplikation** die einzelnen Faktoren vertauschen kann:

Addition:

$5 + 3 = 8$
$3 + 5 = 8$

Multiplikation:

$5 \cdot 3 = 15$
$3 \cdot 5 = 15$

Achtung!
Bei der **Subtraktion** und **Division** gilt das Kommutativgesetz nicht, denn:

$$5 - 3 \neq 3 - 5 \qquad und \qquad 5 : 3 \neq 3 : 5$$

Das Kommutativgesetz kann insbesondere dann hilfreich sein, wenn man Rechnungen im Kopf ausführt.
Möchte man beispielsweise folgende Aufgabe lösen, dann ist es einfacher, zuerst $34 + 4$ zu rechnen und am Schluss dann noch die 57 zu addieren:

$$\begin{aligned} 36 + 57 + 4 &= 36 + 4 + 57 \\ &= 40 + 57 \\ &= 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \cdot 13 \cdot 2 &= 5 \cdot 2 \cdot 13 \\ &= 10 \cdot 13 \\ &= 130 \end{aligned}$$

Kommutativgesetz - Vertauschungsgesetz

Link: https://youtu.be/EPTOMisUr48

YouTube-Video

CC BY SA

① **Ordne den Term und fasse ihn dann zusammen.**

Beispiel:
$$\begin{aligned} a+b+3a+a+2b+a &= a+3a+a+a+b+2b \\ &= 6a+3b \end{aligned}$$

a) $b+a+a+b+b+b+a =$

$=$

b) $x+y+x+x-y =$

$=$

$=$

c) $2z+3r-z+2r+r =$

$=$

$=$

d) $12u-3w-10u+6w =$

$=$

e) $4t+5f+3e-2t-3f =$

$=$

f) $3l-5i-6l+2i+4i =$

$=$

$=$

g) $6z+3r-2s+3z+6s =$

$=$

CC BY SA

$h)\quad 13 + 3a + 4b - 3 + 2a =$

$=$

$i)\quad 5 - 3x + 4 + 5x - 2 =$

$=$

$j)\quad 77f - 4 + 3r + 20f + 14 - 5r =$

$=$

$k)\quad 77f - 4 + 3r + 20f + 14 - 5r =$

$=$

$l)\quad 2d - 13d - 4 + 7z + 6 - 13z =$

$=$

$m)\quad 5k + 45l - 4k + 99 - 46l =$

$=$

$=$

$n)\quad -12o - 4m - 2o - 4o - 2m =$

$=$

$o)\quad -3 + 15u - 98 + 3 - 87u =$

$=$

$n)\quad 0z + 2 - 8p - 5z + 12 - 9p =$

$=$

CC BY SA

① **Stelle einen sinnvollen Term für folgende Aufgaben auf:**

a) Jonathan möchte 4 Schaufeln, 2 Rechen und 1 Kompostieranlage kaufen.

b) Salome hat zum Geburtstag 3 Bücher, 2 Hosen und 6 Paar Socken bekommen.

c) Bei einer Verkehrszählung hat Lotta innerhalb von 10 Minuten 23 Autos, 8 Lastwagen, 12 Fahrräder, 1 Bus und 6 Motorräder gezählt.

d) In Linas Lerngruppe haben die Lernpartner folgende Haustiere: 3 Hunde, 4 Katzen, 6 Wellensittiche und 2 Mäuse.

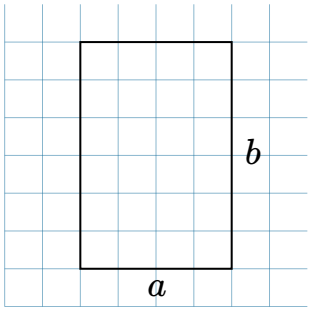
② **Jonas macht eine Bestandsaufnahme in seinem Zimmer.**
Kannst du aus allen Gegenständen einen Term erstellen?

Buch | Computer | Buch | Pflanze | Bett | Stuhl | Buch | Schrank | Buch | Poster | Uhr | Buch | Poster | Stuhl | Schulranzen | Poster | Teppich | Pflanze | Poster | Schreibtisch

CC BY SA

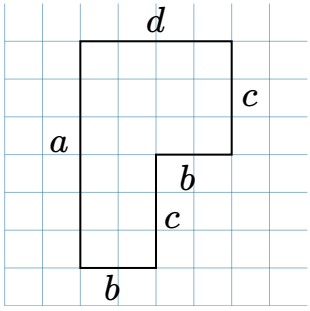
In der Geometrie hast du von Anfang an mit Termen gearbeitet. So berechnet man bspw. den Umfang (U) eines Rechtecks mit dem Term „$2 \cdot a + 2 \cdot b$“.

① **Stelle Terme zur Berechnung des gesuchten Wertes (U oder A) auf.**



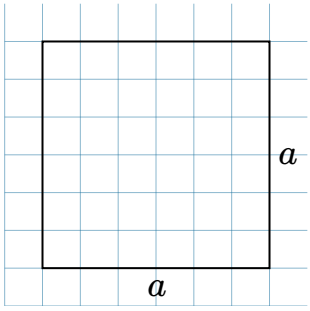
$U =$

$A =$



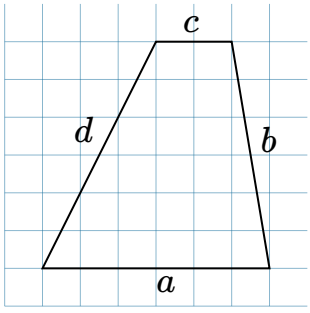
$U =$

$A =$



$U =$

$A =$



$U =$

$A =$

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/mnw/dokument/terme-in-der-geometrie-1

Das Distributivgesetz wird im Deutschen auch „Verteilungsgesetz“ genannt.
Hier siehst du ein Beispiel:

$$\begin{aligned} 5 \cdot (4+2) &= 5 \cdot 4 + 5 \cdot 2 \\ &= 20 + 10 \\ &= \underline{\underline{\mathbf{30}}} \end{aligned}$$

Vielleicht ist dir aufgefallen, dass man den Term auch anders hätte lösen können. Nämlich, indem man zuerst die Klammer berechnet:

$$\begin{aligned} 5 \cdot (4+2) &= 5 \cdot 6 \\ &= \underline{\underline{\mathbf{30}}} \end{aligned}$$

Was aber, wenn in der Klammer ein Term steht, den man nicht berechnen kann? Z.B. wenn dort verschiedene Variablen enthalten sind?

In folgendem Beispiel enthält die Klammer den Term „$a + b$“. Diesen Term können wir nicht zusammenfassen oder berechnen. Hier bleibt also nur die Möglichkeit, das Distributivgesetz anzuwenden, um den gesamten Term zu vereinfachen:

$$\begin{aligned} 5 \cdot (a+b) &= 5 \cdot a + 5 \cdot b \\ &= \underline{\underline{\mathbf{5a + 5b}}} \end{aligned}$$

Diesen Vorgang nennt man **ausmultiplizieren** - dabei ist es egal, ob der zu multiplizierende Faktor **vor** oder **hinter** der Klammer steht:

$$\begin{aligned} 5 \cdot (a+b) &= 5 \cdot a + 5 \cdot b \\ &= \underline{\underline{\mathbf{5a + 5b}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a+b) \cdot 5 &= 5 \cdot a + 5 \cdot b \\ &= \underline{\underline{\mathbf{5a + 5b}}} \end{aligned}$$

CC BY SA

Achtug

Folgende Rechenregeln musst du hierbei beachten:

Zwei unterschiedliche Variablen können nicht durch Addition oder Subtraktion zusammengefasst werden!

Beispiel:
Der Term $2a + 3b$ kann **nicht** zusammengefasst werden!

Werden Variablen miteinander multipliziert, dann können diese „aneinandergereiht" werden!

Beispiel:
$4a \cdot 2b = 8ab$

Werden identische Variablen miteinander multipliziert, dann potenzieren sie sich!

Beispiel:
$a \cdot a = a^2$
$3a \cdot 2a = 6a^2$
$2a^2 \cdot 6a = 12a^3$

Distributivgesetz |Klammern auflösen bei Termen

Link: https://youtu.be/71mDRNnZ3KQ

YouTube-Video

① **Vereinfache folgende Terme.**
Denke daran, bei einem Faktor immer zuerst die Zahl und danach die Variablen in alphabetischer Reihenfolge zu schreiben.

Anstatt „$x \cdot 5 \cdot b = x5b$“ solltest du also schreiben: „$x \cdot 5 \cdot b = 5bx$“

Beispiel:
$$a \cdot (5 + b) = a \cdot 5 + a \cdot b$$
$$= 5a + ab$$

$a)$ $3 \cdot (2 + a) =$
$=$

$b)$ $4 \cdot (x - 2) =$
$=$

$c)$ $3s \cdot (4 + r) =$
$=$

$d)$ $(x - 2a) \cdot 5 =$
$=$

$e)$ $8f \cdot (f - 2f) =$
$=$
$=$

$f)$ $(3a - 7b) \cdot 2b =$
$=$

$g)$ $20c \cdot (c - 4d) =$
$=$

$h)$ $(3w - 5z) \cdot 5z =$
$=$

$i)$ $(t + 3t) \cdot t =$
$=$
$=$

$j)$ $(4aw - w) \cdot k =$
$=$

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/mnw/dokument/ausmultiplizieren-5
CC BY SA

① **Vereinfache folgende Terme.**
Denke daran, bei einem Faktor immer zuerst die Zahl und danach die Variablen in alphabetischer Reihenfolge zu schreiben.

Anstatt „$x \cdot 5 \cdot b = x5b$“ solltest du also schreiben: „$x \cdot 5 \cdot b = 5bx$“

Beispiel:
$$\begin{aligned} a \cdot (5 + b) &= a \cdot 5 + a \cdot b \\ &= 5a + ab \end{aligned}$$

$a)$ $3(5x + 6) =$

$b)$ $3(8y + 5) =$

$c)$ $5(5 - 6y) =$

$d)$ $6(9 - 7x) =$

$e)$ $2(3x + 4y) =$

$f)$ $7(5y - 6z) =$

$g)$ $9(8x - 2z) =$

$h)$ $8(7z + 9y) =$

$i)$ $(4a - 2b)5 =$

$j)$ $(7z + 9y)3 =$

$k)$ $(5x + 6)4 =$

$l)$ $(8y + 5)2 =$

$m)$ $(5 - 6y)8 =$

$n)$ $(9 - 7x)3 =$

$o)$ $(3x + 4y)10 =$

$p)$ $(5y - 6z)3 =$

$q)$ $(8x - 2z)4 =$

$r)$ $(7z + 9y)5 =$

$s)$ $4(2x + 2y) =$

$t)$ $9(8b + 5a) =$

$u)$ $(4x - 9y)5 =$

$v)$ $(3a + 9b)8 =$

$w)$ $3(3x + 6y) =$

$x)$ $3(2e + 6a) =$

$y)$ $(4p - 2q)4 =$

$z)$ $(4z + 2y)6 =$

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/mnw/dokument/ausmultiplizieren-6
CC BY SA

① **Erkläre in eigenen Worten was „Variablen“ sind.**

② **Benenne die einzelnen „Bausteine“ dieser Gleichung.**

$$20 + \boxed{x} = 25$$

③ **Was besagt das Kommutativgesetz? Nenne ein Beispiel.**

④ **Der Term $4(3+5)$ kann auf zwei Wegen berechnet werden. Zeige beide Wege rechnerisch.**

CC BY SA

⑤ **Vereinfache den Term $4(x+5)$ und erkläre, warum dieser nur mit Hilfe des Distributivgesetzes vereinfacht werden kann.**

⑥ **Vereinfache die Terme.**

$a)\quad 9(8-2) =$

$=$

$b)\quad 3(x+2) =$

$=$

$c)\quad (a+4)5 =$

$=$

$d)\quad 3+(d+2)2 =$

$=$

$=$

⑦ **Vervollständige die Terme.**

$a)\quad 3x + \square - x + 3 = 2x + 5$

$b)\quad 2 \cdot \square - 2a + 4 = 4a + 4$

$c)\quad \square \cdot 3x - 12 = 3x^2 - 12$

$d)\quad \square \cdot 5 + 3 = 10a + 3$

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/mnw/dokument/teste-dein-wissen-96
CC BY SA

Lösungen

Gleichungen M 7

① **Ordne den Term und fasse ihn dann zusammen.**

Beispiel:
$$\begin{aligned} a+b+3a+a+2b+a &= a+3a+a+a+b+2b \\ &= 6a+3b \end{aligned}$$

a) $$\begin{aligned} b+a+a+b+b+b+a &= a+a+a+b+b+b+b \\ &= 3a+4b \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} x+y+x+x-y &= x+x+x+y-y \\ &= 3x-0y \\ &= 3x \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} 2z+3r-z+2r+r &= 2z-z+3r+2r+r \\ &= 1z+6r \\ &= z+6r \end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned} 12u-3w-10u+6w &= 12u-10u-3w+6w \\ &= 2u+3w \end{aligned}$$

e) $$\begin{aligned} 4t+5f+3e-2t-3f &= 4t-2t+5f-3f+3e \\ &= 2t+2f+3e \end{aligned}$$

f) $$\begin{aligned} 3l-5i-6l+2i+4i &= 3l-6l-5i+2i+4i \\ &= -3l+1i \\ &= -3l+i \end{aligned}$$

g) $$\begin{aligned} 6z+3r-2s+3z+6s &= 6z+3z+3r-2s+6s \\ &= 9z+3r+4s \end{aligned}$$

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/mnw/dokument/terme-ordnen-zusammenfassen-1
CC BY SA

$h)\quad 13+3a+4b-3+2a = 13-3+3a+2a+4b$
$= 10+5a+4b$

$i)\quad 5-3x+4+5x-2 = 5+4-2-3x+5x$
$= 7+2x$

$j)\quad 77f-4+3r+20f+14-5r = 77f+20f-4+14+3r-5r$
$= 97f+10-2r$

$k)\quad 77f-4+3r+20f+14-5r = 77f+20f-4+14+3r-5r$
$= 97f+10-2r$

$l)\quad 2d-13d-4+7z+6-13z = 2d-13d-4+6+7z-13z$
$= -11d+2-6z$

$m)\quad 5k+45l-4k+99-46l = 5k-4k+45l-46l+99$
$= 1k-1l+99$
$= k-l+99$

$n)\quad -12o-4m-2o-4o-2m = -12o-2o-4o-4m-2m$
$= -18o-6m$

$o)\quad -3+15u-98+3-87u = -3-98+3+15u-87u$
$= -98-72u$

$n)\quad 0z+2-8p-5z+12-9p = 0z-5z+2+12-8p-9p$
$= -5z+14-17p$

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/mnw/dokument/terme-ordnen-zusammenfassen-1
CC BY SA

① **Stelle einen sinnvollen Term für folgende Aufgaben auf:**

a) Jonathan möchte 4 Schaufeln, 2 Rechen und 1 Kompostieranlage kaufen.
b) Salome hat zum Geburtstag 3 Bücher, 2 Hosen und 6 Paar Socken bekommen.
c) Bei einer Verkehrszählung hat Lotta innerhalb von 10 Minuten 23 Autos, 8 Lastwagen, 12 Fahrräder, 1 Bus und 6 Motorräder gezählt.
d) In Linas Lerngruppe haben die Lernpartner folgende Haustiere: 3 Hunde, 4 Katzen, 6 Wellensittiche und 2 Mäuse.

Lösung

Achtung: Welche Variablen du für die Gegenstände gewählt hast, ist egal! Hier wurden immer die Anfangsbuchstaben verwendet (z.B. „Schaufel“ = s).

a) $4s + 2r + 1k$
b) $3b + 2h + 6s$
c) $23a + 8l + 12f + 1b + 6m$
d) $3h + 4k + 6w + 2m$

② **Jonas macht eine Bestandsaufnahme in seinem Zimmer.**
Kannst du aus allen Gegenständen einen Term erstellen?

Buch | Computer | Buch | Pflanze | Bett | Stuhl | Buch | Schrank | Buch | Poster | Uhr | Buch | Poster | Stuhl | Schulranzen | Poster | Teppich | Pflanze | Poster | Schreibtisch

Lösung

Es gibt: 5 Bücher (b), 1 Computer (c), 2 Pflanzen (p), 1 Bett (h), 2 Stühle (s), 1 Schrank (k), 1 Uhr (u), 1 Schulranzen (r), 1 Teppich (t), 4 Poster (o) und 1 Schreibtisch (m)

Ein sinnvoller Term wäre also:

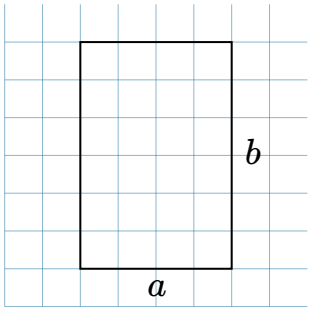
$$5b + 1c + 2p + 1h + 2s + 1k + 1u + 1r + 1t + 4o + 1m$$

Wichtig: nimmst du für die Gegenstände andere Variablen, dann sieht dein Term natürlich anders aus. Die Anzahl der Gegenstände muss aber identisch sein.

CC BY SA

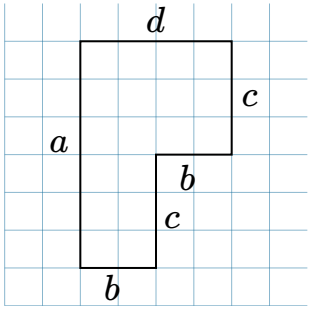
In der Geometrie hast du von Anfang an mit Termen gearbeitet. So berechnet man bspw. den Umfang (U) eines Rechtecks mit dem Term „$2 \cdot a + 2 \cdot b$“.

① **Stelle Terme zur Berechnung des gesuchten Wertes (U oder A) auf.**



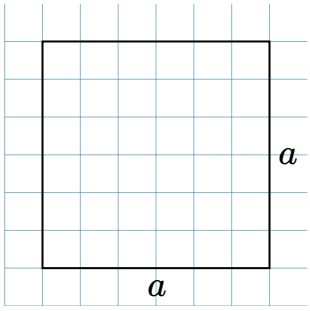
$U =$ $a + a + b + b = 2a + 2b$

$A =$ $a \cdot b$



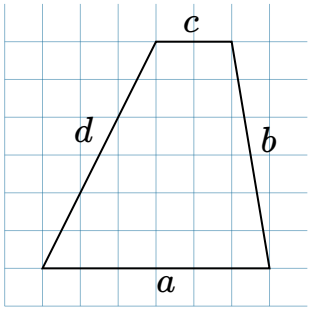
$U =$ $a + b + c + b + c + d = a + 2b + 2c + d$

$A =$ $b \cdot c + c \cdot d$



$U =$ $a + a + a + a = 4a$

$A =$ $a \cdot a = a^2$



$U =$ $a + b + c + d$

$A =$ $\frac{(a+c) \cdot h_a}{2}$

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/mnw/dokument/terme-in-der-geometrie-1

① **Vereinfache folgende Terme.**
Denke daran, bei einem Faktor immer zuerst die Zahl und danach die Variablen in alphabetischer Reihenfolge zu schreiben.

Anstatt „$x \cdot 5 \cdot b = x5b$“ solltest du also schreiben: „$x \cdot 5 \cdot b = 5bx$“

Beispiel:
$$\begin{aligned} a \cdot (5+b) &= a \cdot 5 + a \cdot b \\ &= 5a + ab \end{aligned}$$

a) $$\begin{aligned} 3 \cdot (2+a) &= 3 \cdot 2 + 3 \cdot a \\ &= 6 + 3a \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} 4 \cdot (x-2) &= 4 \cdot x - 4 \cdot 2 \\ &= 4x - 8 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} 3s \cdot (4+r) &= 3s \cdot 4 + 3s \cdot r \\ &= 12s + 3rs \end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned} (x-2a) \cdot 5 &= 5 \cdot x - 5 \cdot 2a \\ &= 5x - 10a \end{aligned}$$

e) $$\begin{aligned} 8f \cdot (f-2f) &= 8f \cdot f - 8f \cdot 2f \\ &= 8f^2 - 16f^2 \\ &= -8f^2 \end{aligned}$$

f) $$\begin{aligned} (3a-7b) \cdot 2b &= 2b \cdot 3a - 2b \cdot 7b \\ &= 6ab - 14b^2 \end{aligned}$$

g) $$\begin{aligned} 20c \cdot (c-4d) &= 20c \cdot c - 20c \cdot 4d \\ &= 20c^2 - 80cd \end{aligned}$$

h) $$\begin{aligned} (3w-5z) \cdot 5z &= 5z \cdot 3w - 5z \cdot 5z \\ &= 5x - 10a \end{aligned}$$

i) $$\begin{aligned} (t+3t) \cdot t &= t \cdot t + t \cdot 3t \\ &= t^2 + 3t^2 \\ &= 4t^2 \end{aligned}$$

j) $$\begin{aligned} (4aw-w) \cdot k &= k \cdot 4aw - k \cdot w \\ &= 4akw - kw \end{aligned}$$

CC BY SA

① **Vereinfache folgende Terme.**
Denke daran, bei einem Faktor immer zuerst die Zahl und danach die Variablen in alphabetischer Reihenfolge zu schreiben.

Anstatt „$x \cdot 5 \cdot b = x5b$“ solltest du also schreiben: „$x \cdot 5 \cdot b = 5bx$“

Beispiel:
$$\begin{aligned} a \cdot (5+b) &= a \cdot 5 + a \cdot b \\ &= 5a + ab \end{aligned}$$

$a)$ $3(5x+6) = 15x+18$

$b)$ $3(8y+5) = 24y+15$

$c)$ $5(5-6y) = 25-30y$

$d)$ $6(9-7x) = 54-42x$

$e)$ $2(3x+4y) = 6x-8y$

$f)$ $7(5y-6z) = 35y-42z$

$g)$ $9(8x-2z) = 72x-18z$

$h)$ $8(7z+9y) = 56z+72y$

$i)$ $(4a-2b)5 = 20a-10b$

$j)$ $(7z+9y)3 = 21z+18y$

$k)$ $(5x+6)4 = 20x+24$

$l)$ $(8y+5)2 = 16y+10$

$m)$ $(5-6y)8 = 40-48y$

$n)$ $(9-7x)3 = 27-21x$

$o)$ $(3x+4y)10 = 30x-40y$

$p)$ $(5y-6z)3 = 15y-18z$

$q)$ $(8x-2z)4 = 32x-8z$

$r)$ $(7z+9y)5 = 35z+45y$

$s)$ $4(2x+2y) = 8x+8y$

$t)$ $9(8b+5a) = 72b+45a$

$u)$ $(4x-9y)5 = 20x-45y$

$v)$ $(3a+9b)8 = 24a+72b$

$w)$ $3(3x+6y) = 9x+18y$

$x)$ $3(2e+6a) = 6e+18a$

$y)$ $(4p-2q)4 = 16p-8q$

$z)$ $(4z+2y)6 = 24z+12y$

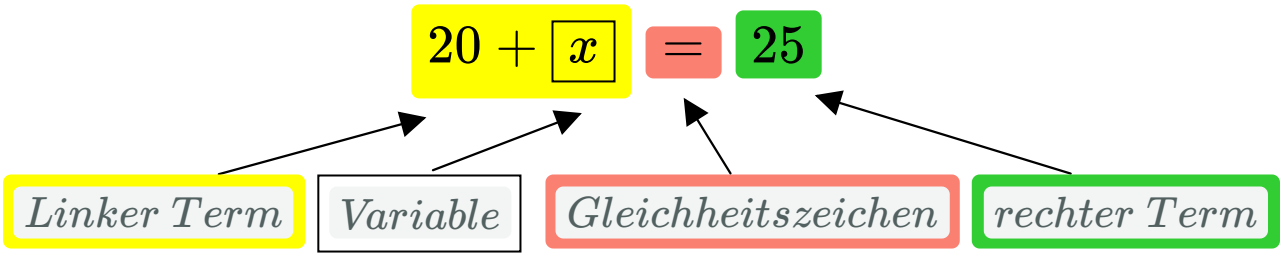
Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/mnw/dokument/ausmultiplizieren-6
CC BY SA

① **Erkläre in eigenen Worten was „Variablen“ sind.**

Lösung

Eine **Variable** ist ein Platzhalter für eine Zahl (deswegen werden Variablen auch oft „Platzhalter“ genannt). Man verwendet sie in mathematischen Ausdrücken in Form von Buchstaben.

② **Benenne die einzelnen „Bausteine“ dieser Gleichung.**



③ **Was besagt das Kommutativgesetz? Nenne ein Beispiel.**

Lösung

Das Kommutativgesetz besagt, dass man bei der **Addition** und **Multiplikation** zweier Faktoren die einzelnen Faktoren vertauschen kann.

Beispiel: $4 + 3 = 3 + 4$ oder $4 \cdot 3 = 3 \cdot 4$

④ **Der Term $4(3 + 5)$ kann auf zwei Wegen berechnet werden. Zeige beide Wege rechnerisch.**

Lösung

1. Weg: Klammer vor Punkt vor Strich

$$\begin{aligned} 4 \cdot (3 + 5) &= 4 \cdot (8) \\ &= \underline{\underline{32}} \end{aligned}$$

2. Weg: Distributivgesetz (Ausmultiplizieren)

$$\begin{aligned} 4 \cdot (3 + 5) &= 4 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \\ &= 12 + 20 \\ &= \underline{\underline{32}} \end{aligned}$$

CC BY SA

⑤ **Vereinfache den Term $4(x+5)$ und erkläre, warum dieser nur mit Hilfe des Distributivgesetzes vereinfacht werden kann.**

Lösung

$$\begin{aligned} 4 \cdot (x+5) &= 4 \cdot x + 4 \cdot 5 \\ &= \underline{\underline{4x+20}} \end{aligned}$$

<u>Erklärung:</u>
Da in der Klammer ein Term steht, der nicht zusammengefasst werden kann („$x+5$“), kann zur Vereinfachung des gesamten Terms nicht das Rechengesetz „Klammer vor Punkt vor Strich“, sondern nur das Distributivgesetz angewendet werden.

⑥ **Vereinfache die Terme.**

$a)$ $$\begin{aligned} 9(8-2) &= 9 \cdot (6) \\ &= \underline{\underline{54}} \end{aligned}$$

$b)$ $$\begin{aligned} 3(x+2) &= 3 \cdot x + 3 \cdot 2 \\ &= \underline{\underline{3x+6}} \end{aligned}$$

$c)$ $$\begin{aligned} (a+4)5 &= 5 \cdot a + 5 \cdot 4 \\ &= \underline{\underline{5a+20}} \end{aligned}$$

$d)$ $$\begin{aligned} 3+(d+2)2 &= 3 + 2 \cdot d + 2 \cdot 2 \\ &= 3 + 2d + 4 \\ &= \underline{\underline{7+2d}} \end{aligned}$$

⑦ **Vervollständige die Terme.**

$a)$ $3x + \boxed{2} - x + 3 = 2x + 5$

$b)$ $2 \cdot \boxed{3a} - 2a + 4 = 4a + 4$

$c)$ $\boxed{x} \cdot 3x - 12 = 3x^2 - 12$

$d)$ $\boxed{2a} \cdot 5 + 3 = 10a + 3$

CC BY SA