

Paket

Messen E 6

„Ich kann unterschiedliche Dreiecke identifizieren und den Flächeninhalt von geometrischen Flächen berechnen. Ich kann π zur Berechnung von Umfang und Flächeninhalt des Kreises anwenden und erläutern.“



Teilziele

Mathematik Messen E 6

Materialien	Teilziele	✓
3, 4, 9, 22, 23, 24	Ich kann die Zahl π als Verhältnis von Umfang und Durchmesser eines Kreises erklären.	
6, 7, 9, 22, 23, 24	Ich kann die Formel für den Flächeninhalt eines Kreises durch einfache anschauliche Überlegungen erläutern.	
8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 24	Ich kann den Flächeninhalt von Parallelogramm, Trapez und Kreis berechnen.	
18, 19, 20, 21, 24	Ich kann den Flächeninhalt von zusammengesetzten Figuren berechnen.	



Stempelkarte

Mathematik Messen E 6

INFO:
Druckhinweis (Messen E 6)

1

INFO:
Darf ich vorstellen: Pi!

2

VERSUCH:
Was bedeutet Pi?

3

FILM:
Entstehung und
Berechnung von Pi

4

AB:
Umfänge berechnen

5

FILM:
Flächenberechnung eines
Kreises

6

VERSUCH:
Flächenberechnung Kreis

7

AB:
Flächeninhalt berechnen

8

INFO:
U und A eines Kreises

9

AB:
Kreise im Alltag

10

INFO:
Besondere Vielecke

11

INFO:
Flächeninhalt eines
Parallelogramms

12

FILM:
Flächeninhalt
Parallelogramm

13

AB:
A berechnen
(Parallelogramm)

14

INFO:
Flächeninhalt eines
Trapezes

15

FILM:
Flächeninhalt Trapez

16

AB:
A berechnen (Trapez)

17

AB:
Flächeninhalt von Figuren
(1)

18

AB:
LÖSUNG: Flächeninhalt von
Figuren (1)

19

AB:
Flächeninhalt von Figuren
(2)

20

AB:
LÖSUNG: Flächeninhalt von
Figuren (2)

21





Stempelkarte

Mathematik Messen E 6

VERSUCH:
Ringgleiter

22

AB:
Ringgleiter

23

AB:
Teste dein Wissen

24





INFO: Druckhinweis (Messen E 6)

Mathematik Messen E 6

1



Achtung

Wenn du dieses Materialpaket (oder Teile daraus) ausdruckst, dann achte darauf, dass du bei den Druckoptionen die **Größe auf 100%** einstellst. Andernfalls wird das Material bei den meisten Druckern kleiner skaliert und die Größenangaben bei Zeichnungen stimmen nicht mehr!



In diesem Materialpaket lernst du etwas völlig Neues kennen: die Zahl Pi! Und Pi hat es in sich...



Kürzel

Die Zahl Pi wird mit π abgekürzt.



Eine laaaaaaange Zahl

Die Zahl Pi hat viele Nachkommastellen - sehr viele - sehr, sehr viele!

Um genau zu sein: **unendlich** viele!

Der Weltrekord im Berechnen der Nachkommastellen der Zahl Pi liegt aktuell bei 62,8 Billionen (62.800.000.000.000)! Aber kein Mensch und kein Computer der Welt wird jemals alle Nachkommastellen berechnen können.

Hier siehst du die Zahl Pi mit ihren ersten Nachkommastellen:

$\pi \approx 3,31415926535897932384626433832795028841971693993751058209749$
 44592307816406286208998628034825342117067982148086513282306647093



Eine laaaaaaange Geschichte

Bereits die alten **Ägypter** haben sich vor ca. 4000 Jahren an die Berechnung der Zahl Pi gemacht - und waren dabei erstaunlich gut. Sie lagen mit ihren Berechnungen weniger als 1% daneben, denn die erste Nachkommastelle war schon damals richtig!

Auch die **Griechen** haben sich mit der Zahl Pi beschäftigt. Der Mathematiker Archimedes, der ca. vor 2300 Jahren lebte, hat die Zahl von Hand auf zwei Nachkommastellen berechnet, und war damit noch besser als die alten Ägypter.

Im Mittelalter waren dann die **Chinesen** Vorreiter bei der Berechnung der Nachkommastellen. Sie schafften ganze sieben davon! In Europa dagegen schaffte man ganze drei Nachkommastellen - und das auch noch 1000 Jahre später als die Chinesen! Kein Wunder, dass man in Europa vom „dunklen Mittelalter“ spricht - da waren wir ganz schön hinterher!

Denn nur 200 Jahre später, im Jahr 1430 (als wir Europäer uns also noch mit drei Nachkommastellen zufrieden gaben), berechnete ein **Perser** schon ganze 16 Nachkommastellen!

1615 berechnete Ludolph van Ceulen, ein **Deutscher**, die Zahl Pi auf 35 Nachkommastellen genau. Dies brachte ihm so viel Anerkennung ein, dass die Zahl Pi über lange Zeit den Beinamen *Ludolphsche Zahl* hatte.

William Shanks, ein **Engländer**, schaffte 1853 ganze 707 Stellen - aber nur bis sich herausstellte, dass er sich bei der 528. Stelle verrechnet hatte.

Als die ersten Computer aufkamen, explodierte die Anzahl der berechneten Nachkommastellen!

- 1949: 2037 Nachkommastellen
- 1958: 10.000 Nachkommastellen
- 1960: 100.000 Nachkommastellen
- 1973: 1.000.000 Nachkommastellen
- 1989: 1.000.000.000 Nachkommastellen
- 2021: 62.800.000.000.000 Nachkommastellen

VERSUCH: Was bedeutet Pi?

Mathematik Messen E 6

3

Aber was für eine Bedeutung hat die Zahl Pi (π)? Das herauszufinden ist jetzt deine Aufgabe!



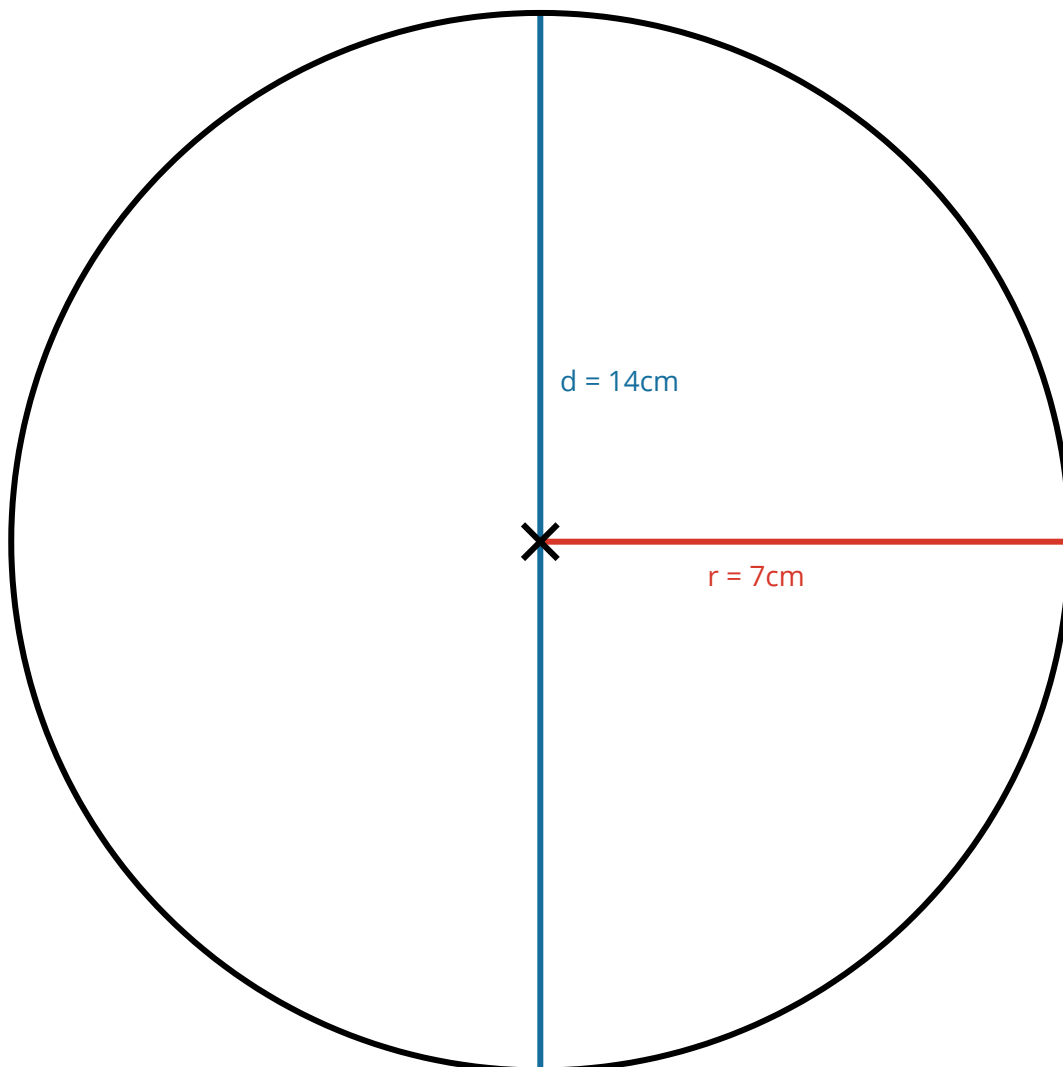
Hinweis

Für diesen Versuch brauchst du ein Geodreieck und ein Stück Schnur (ca. 50cm lang).

- ① **Finde heraus, wie der Radius (r), der Durchmesser (d) und die Zahl Pi ($\pi \approx 3,14$) zusammenhängen.**

Notiere deine Beobachtungen auf der nächsten Seite.

Überprüfe, ob deine Beobachtungen auch für andere Kreise zutreffen (z.B. runder Tisch)!



Tipp

Überprüfe, ob der Umfang des Kreises irgendwie mit der Länge des Durchmessers oder Radius zusammenhängt. Ist er vielleicht ein Vielfaches?





Entstehung und Berechnung von Pi leicht erklärt | Terra X plus

Mit der Kreiszahl Pi können wir jeden Kreis der Welt berechnen. Diese Zahl ist das Verhältnis vom Umfang eines Kreises zu seinem Durchmesser. Und der ist in ...



YouTube-
Video

Link: <https://youtu.be/eDbT0EcmPiY>

Du weißt nun, dass der **Umfang** eines Kreises mit folgender Formel zu berechnen ist:

Formel zur Berechnung des Umfangs eines Kreises

$$U_{\text{Kreis}} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Wenn man für die Berechnungen keinen Taschenrechner zur Hand hat, dann rundet man die Zahl Pi (π) auf zwei Stellen nach dem Komma. Diese Zahl solltest du also wissen:

$$\pi \approx 3,14$$

① **Berechne den Umfang folgender Kreise im 4-Schritt-Löseverfahren, bei denen der Radius (r) oder der Durchmesser (d) gegeben ist.**

a) $d = 63 \text{ cm}$

U =

b) $d = 2 \text{ cm}$

U =

c) $d = 64 \text{ cm}$

U =

d) $d = 23 \text{ cm}$

U =

e) $d = 44 \text{ cm}$

U =

f) $d = 34 \text{ cm}$

U =

g) $d = 28 \text{ cm}$

U =

h) $d = 48 \text{ cm}$

U =

i) $d = 20 \text{ cm}$

U =

j) $d = 84 \text{ cm}$

U =

k) $d = 7 \text{ cm}$

U =

l) $d = 25 \text{ cm}$

U =

m) $d = 33 \text{ cm}$

U =

n) $d = 13 \text{ cm}$

U =

o) $d = 21 \text{ cm}$

U =

Beispiel mit gegebenem Radius (r):

$$r = 9 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} U_K &= 2 \cdot \pi \cdot r \\ &= 2 \cdot 3,14 \cdot 9 \text{ cm} \\ &= 6,28 \cdot 9 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{56,52 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

Beispiel mit gegebenem Durchmesser (d):

$$d = 12 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} U_K &= \pi \cdot d \\ &= 3,14 \cdot 12 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{37,68 \text{ cm}}} \end{aligned}$$



FILM: Flächenberechnung eines Kreises

Mathematik Messen E 6

6

Die Fläche vom Kreis (Mathe-Song)

Das etwas andere Lernvideo...

Link: <https://youtu.be/h43mo0QXnDk>



YouTube-
Video



Du weißt nun, dass der **Flächeninhalt** eines Kreises mit folgender Formel zu berechnen ist:

Formel zur Berechnung des Flächeninhalts eines Kreises

$$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2$$

Wenn man für die Berechnungen keinen Taschenrechner zur Hand hat, dann rundet man die Zahl Pi (π) auf zwei Stellen nach dem Komma. Diese Zahl solltest du also wissen:

$$\pi \approx 3,14$$

① **Berechne den Flächeninhalt folgender Kreise im 4-Schritt-Löseverfahren, bei denen der Radius (r) oder der Durchmesser (d) gegeben ist.**

a) $r = 2 \text{ cm}$

A =

b) $r = 14 \text{ cm}$

A =

c) $d = 23 \text{ cm}$

A =

d) $r = 18 \text{ cm}$

A =

e) $r = 7 \text{ cm}$

A =

f) $d = 16 \text{ cm}$

A =

g) $r = 4 \text{ cm}$

A =

h) $r = 6 \text{ cm}$

A =

i) $r = 15 \text{ cm}$

A =

j) $r = 12 \text{ cm}$

A =

k) $r = 5 \text{ cm}$

A =

l) $d = 37 \text{ cm}$

A =

m) $d = 47 \text{ cm}$

A =

n) $r = 3 \text{ cm}$

A =

o) $d = 31 \text{ cm}$

A =

Beispiel mit gegebenem Radius (r):

$$r = 9 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} A_K &= \pi \cdot r^2 \\ &= 3,14 \cdot (9 \text{ cm})^2 \\ &= 3,14 \cdot 81 \text{ cm}^2 \\ &= \underline{\underline{254,34 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

Beispiel mit gegebenem Durchmesser (d):

$$d = 12 \text{ cm} \rightarrow r = d : 2 = 6 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} A_K &= \pi \cdot r^2 \\ &= 3,14 \cdot (6 \text{ cm})^2 \\ &= 3,14 \cdot 36 \text{ cm}^2 \\ &= \underline{\underline{113,04 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

Umfang eines Kreises



Herleitung

Wenn man den Umfang eines Kreises durch die Länge seines Durchmessers (d) teilt, dann kommt die konstante Zahl Pi (π) heraus. Diese wird bei händischen Rechnungen auf zwei Nachkommastellen gerundet und lautet:

$$\pi \approx 3,14$$

„**Konstant**“ wird die Zahl genannt, weil sie bei jedem Kreis - egal wie groß - bei der Rechnung „Umfang geteilt durch Radius“ herauskommt.



Definition

Die Formel zur Berechnung des Umfangs eines Kreises lautet:

$$U_{Kreis} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Flächeninhalt eines Kreises



Herleitung

Teilt man den Kreis in viele Kreisausschnitte und legt diese aneinander, dann ergibt sich annähernd ein Rechteck (siehe Material *FILM: Flächenberechnung eines Kreises*)

Da die „lange“ Seite des Rechtecks halb so lang wie der gesamte Umfang des Kreises ist, ist diese Seite $\pi \cdot r$ lang, denn: $(2 \cdot \pi \cdot r) : 2 = \pi \cdot r$

Die „kurze“ Seite ist genauso lang wie der Radius (r) des Kreises.

Nun kann man den Flächeninhalt dieses annähernden Rechtecks wie gewohnt berechnen, indem man die zwei Seiten miteinander multipliziert



Definition

Die Formel zur Berechnung des Flächeninhalts eines Kreises lautet:

$$A_{Kreis} = \pi \cdot r^2$$

① **Finde Kreise im Alltag (z.B. einen runden Tisch oder den Boden einer Flasche).**

- 1) Mache ein Foto von dem Kreis.
- 2) Miss den Radius und zeichne ihn auf deinem Foto ein. Füge das beschriftete Foto anschließend hier ein. (*Tipp: bei größeren Gegenständen kannst du den Radius (r) ganz gut mit der App „Maßband“ messen*)
- 3) Berechne sowohl den Umfang (U) als auch den Flächeninhalt (A) des Kreises im 4-Schritt-Löseverfahren.

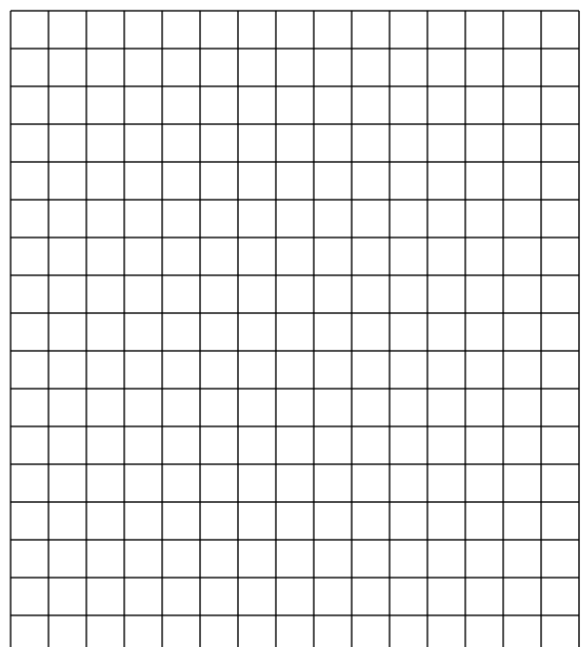
Beispiel: Tambourin



$$\begin{aligned}
 U_K &= 2 \cdot \pi \cdot r \\
 &= 2 \cdot 3,14 \cdot 12\text{cm} \\
 &= 6,28 \cdot 12\text{cm} \\
 &= \underline{\underline{99,36\text{cm}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_K &= \pi \cdot r^2 \\
 &= 3,14 \cdot (12\text{cm})^2 \\
 &= 3,14 \cdot 144\text{cm}^2 \\
 &= \underline{\underline{452,16\text{ cm}^2}}
 \end{aligned}$$

Dein Bild



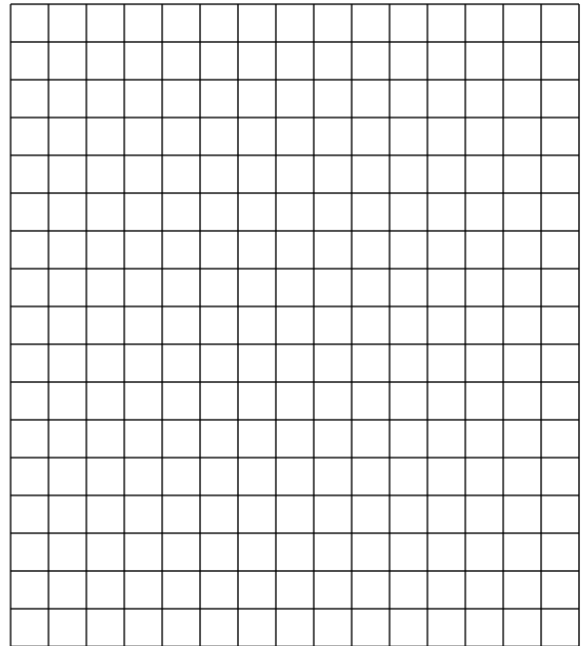


AB: Kreise im Alltag

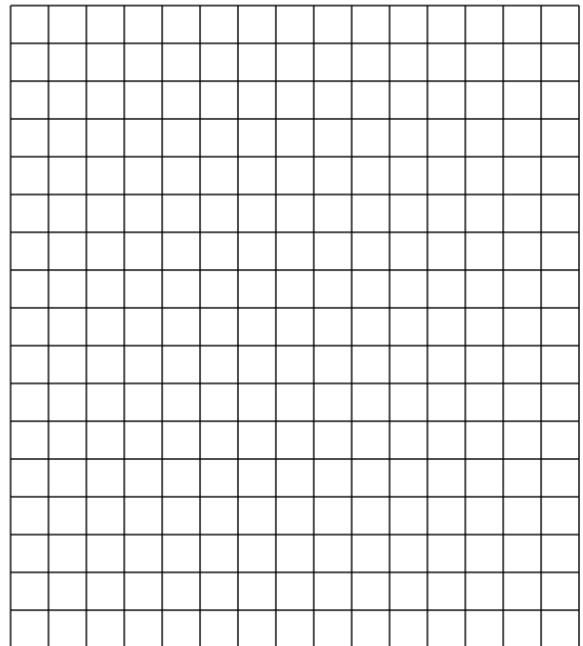
Mathematik Messen E 6

10

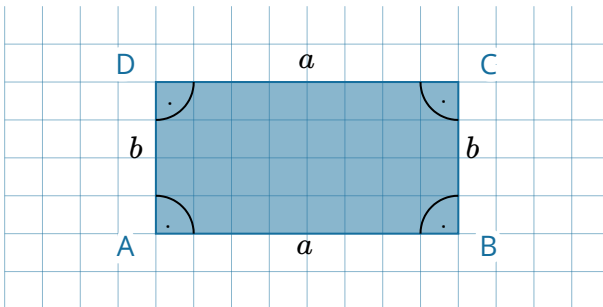
Dein Bild



Dein Bild



In diesem Material schauen wir uns besondere Vielecke und ihre Eigenschaften an.

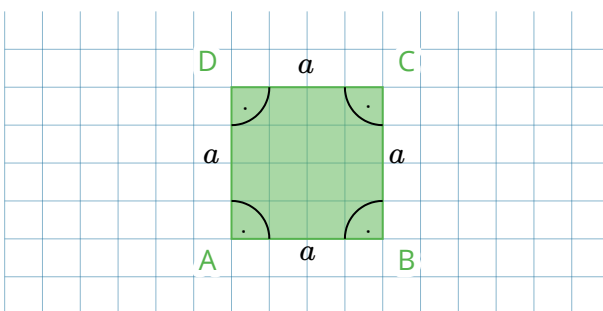


Fangen wir ganz einfach an!

Das ist natürlich ein **Rechteck**.

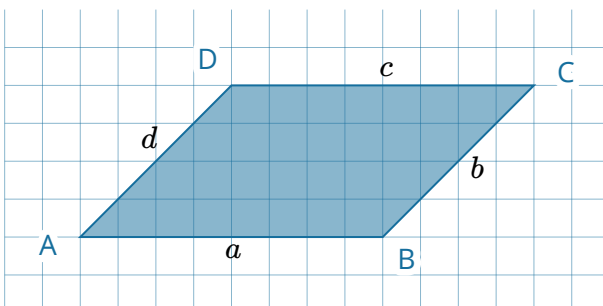
Es hat seinen Namen daher, weil **alle vier Ecken rechtwinklig** sind.

Außerdem sind die sich gegenüberliegenden Seiten jeweils parallel zueinander und gleich lang - deshalb werden sie auch gleich benannt (a und b).



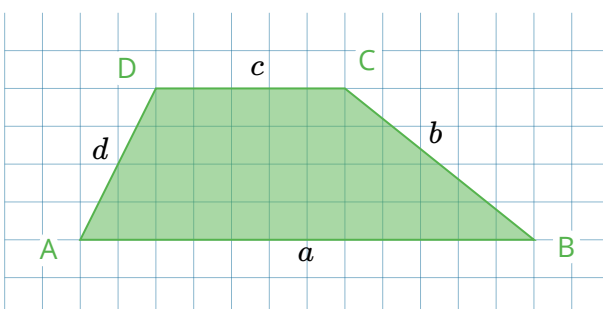
Als Nächstes sehen wir uns ein besonderes Rechteck an: das **Quadrat**.

Beim Quadrat sind ebenfalls **alle vier Ecken rechtwinklig**, aber im Gegensatz zum Rechteck sind beim Quadrat auch noch alle vier Seiten gleich lang - und heißen deshalb alle a !



Hier siehst du ein **Parallelogramm**.

Das Besondere: die jeweils gegenüberliegenden Seiten sind gleich lang und parallel zueinander. Im Gegensatz zum Rechteck ist aber keine Ecke ein rechter Winkel!



Zum Schluss nun noch das **Trapez**.

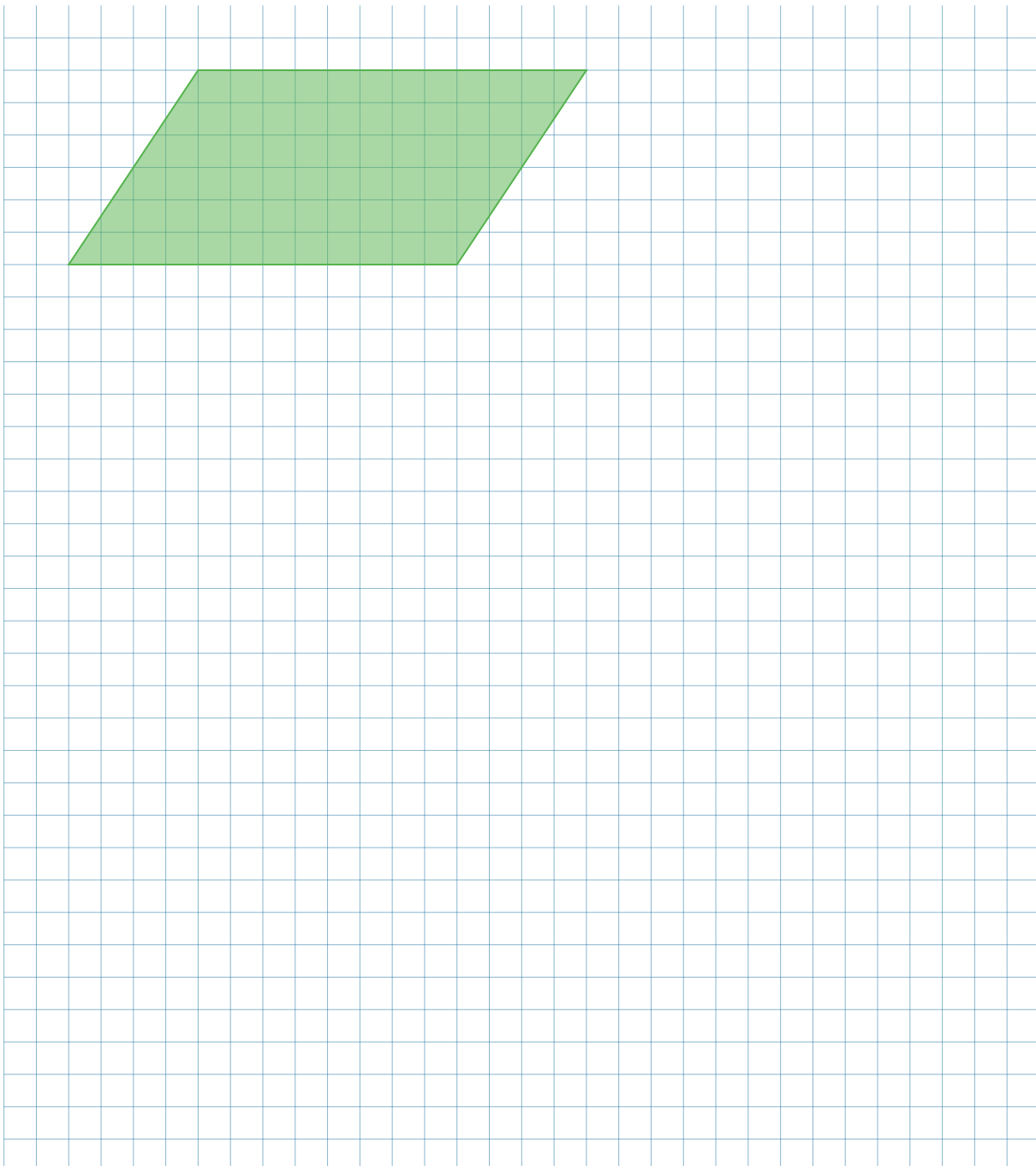
Hier sind zwei Seiten parallel zueinander (in diesem Beispiel die Seiten a und c).

Um die beiden letztgenannten Vielecke - also das **Parallelogramm** und das **Trapez** - geht es nun in den folgenden Materialien und du erfährst, wie man den Flächeninhalt berechnet.



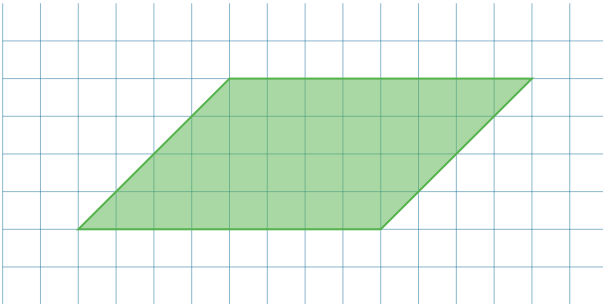
Hast du dir schon das Material *INFO: Das Dreieck* angesehen?
Wenn nein, dann sieh es dir zuerst an!

Beim Dreieck haben wir einen Trick angewendet, um seinen Flächeninhalt berechnen zu können. Hast du eine Idee, wie man bei einem **Parallelogramm** vorgehen könnte? Stell dir einen Timer auf 5 Minuten, nimm ein Geodreieck und einen Bleistift und versuche selbst, eine Lösung zu finden, bevor du auf den nächsten Seiten erfährst, wie es funktioniert!

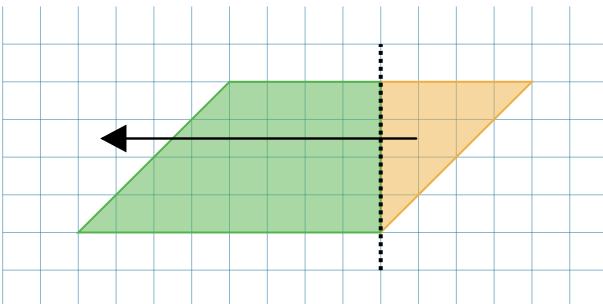


Lösung

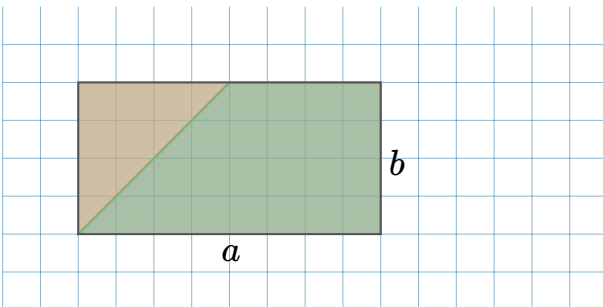
Sicher hast du es selbst herausgefunden. Hier aber nochmal Schritt für Schritt:



Ein Parallelogramm ist eine Fläche, bei der die gegenüberliegenden Seiten gleich lang und **parallel** zueinander sind. Daher auch der Name.

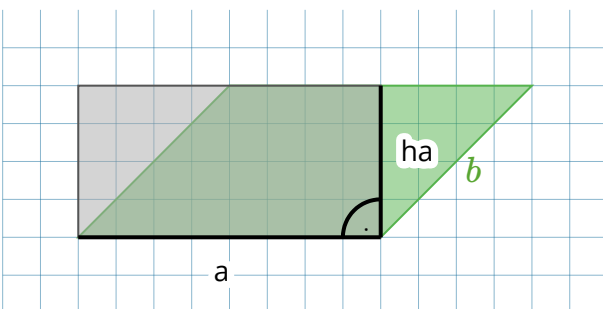


Wenn man eine „Spitze“ des Parallelogramms abschneidet und auf der anderen Seite „anklebt“, ergibt sich wieder ein ...



... Rechteck!
Und wie man die Fläche eines Rechtecks berechnet, wissen wir ja schon:

$$A_{\square} = a \cdot b$$



Wie aber schon beim Dreieck, ist die Seite b des Parallelogramms (also die „schräge“ Seite) nicht identisch mit der Seite b des grauen Rechtecks, die ja im rechten Winkel zur Seite a stehen muss.

Also gilt auch hier - wie beim Dreieck - dass man mit der Höhe von a (h_a) arbeiten muss.

Die Formel lautet also:

Formel zur Flächenberechnung eines Parallelogramms

$$A_P = a \cdot h_a$$

Flächeninhalt eines Parallelogramms berechnen

Wie berechnet man den Flächeninhalt eines Parallelogramms? Wie leitet man die Formel aus der Formel für Rechtecke her? Wie misst man die Höhe des Parallelogramms?



YouTube-
Video

Link: https://youtu.be/Pt837U_yOQM



Achtung

In diesem Video wird die Formel anders geschrieben als im Materialpaket, nämlich:

$$A = g \cdot h$$

Hierbei steht „ g “ für die Grundseite des Parallelogramms. Im Materialpaket lautet die Formel:

$$A_P = a \cdot h_a$$

Gemeint ist in beiden Formeln das Gleiche: man multipliziert eine (Grund-) Seite des Parallelogramms mit ihrer Höhe.

Außerdem wird die Berechnung als „Kette“ durchgeführt:

$$A = g \cdot h = 4\text{cm} \cdot 3\text{cm} = 12\text{cm}^2$$

Bei der korrekten Anwendung des 4-Schritt-Löseverfahrens solltest du die Schritte aber **untereinander** schreiben:

$$\begin{aligned} A_P &= a \cdot h_a \\ &= 4\text{cm} \cdot 3\text{cm} \\ &= \underline{\underline{12\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

- ① Berechne den Flächeninhalt folgender Parallelogramme auf einem karierten Blatt Papier und nutze hierfür das 4-Schritt-Löseverfahren.

Aufgabe 1
 Parallelogramm with vertices A (bottom-left), B (bottom-right), C (top-right), and D (top-left).
 $A_1 =$

Aufgabe 2
 Parallelogramm with vertices A (bottom-left), B (bottom-right), C (top-right), and D (top-left).
 $A_2 =$

Aufgabe 3
 Parallelogramm with vertices A (bottom-left), B (bottom-right), C (top-right), and D (top-left).
 $A_3 =$

Aufgabe 4
 Parallelogramm with vertices A (bottom-left), B (bottom-right), C (top-right), and D (top-left).
 $A_4 =$

Aufgabe 5
 Parallelogramm with vertices A (bottom-left), B (bottom-right), C (top-right), and D (top-left).
 $A_5 =$

Aufgabe 6
 Parallelogramm with vertices A (bottom-left), B (bottom-right), C (top-right), and D (top-left).
 $A_6 =$

INFO: Flächeninhalt eines Trapezes

Mathematik Messen E 6

15

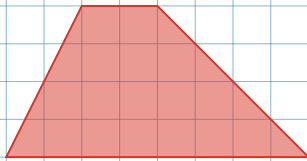


Hast du dir schon die Materialien *INFO: Flächeninhalt eines Dreiecks* und *INFO: Flächeninhalt eines Parallelogramms* angesehen?

Wenn nein, dann sieh sie dir zuerst an!

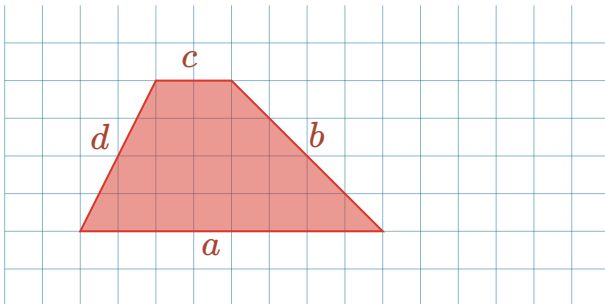
Sowohl beim Dreieck als auch beim Parallelogramm haben wir einen Trick angewendet, um ihren Flächeninhalt berechnen zu können. Hast du eine Idee, wie man bei einem **Trapez** vorgehen könnte?

Stell dir einen Timer auf 5 Minuten, nimm ein Geodreieck und einen Bleistift und versuche selbst, eine Lösung zu finden, bevor du auf den nächsten Seiten erfährst, wie es funktioniert!



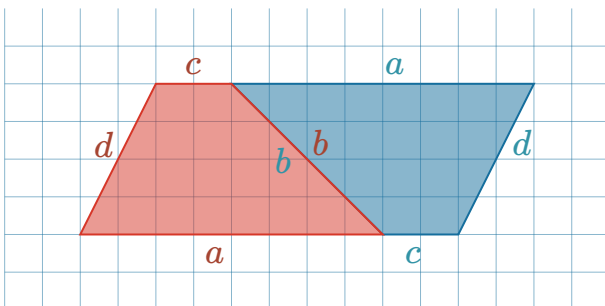
Lösung

Sicher hast du es selbst herausgefunden. Hier aber nochmal Schritt für Schritt:



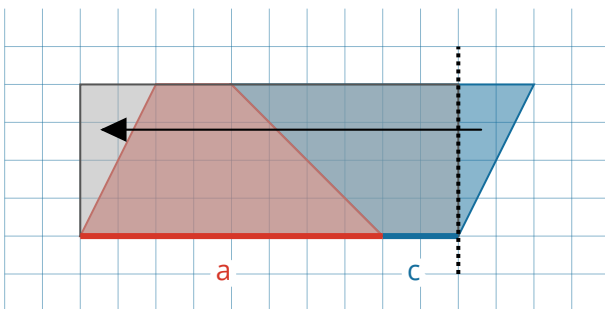
Ein Trapez ist eine Fläche, bei der nur zwei gegenüberliegende Seiten **parallel** zueinander sind.

Der Trick, eine „Ecke“ abzuschneiden und auf der anderen Seite „anzukleben“ funktioniert hier also leider nicht (zumindest nicht immer - aber dazu später mehr).



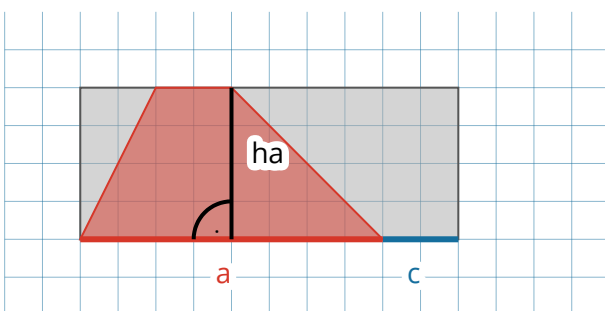
Wenn man aber (wie beim Dreieck) die Fläche verdoppelt und umdreht, entsteht ein Parallelogramm.

Merke: Die Fläche ist jetzt also doppelt so groß wie das ursprüngliche Trapez!



Nun kann man wieder die „Spitze“ abschneiden und auf der anderen Seite „ankleben“, um ein Rechteck zu erhalten.

Die Grundseite des Rechtecks ist nun aber nicht einfach a , sondern $a + c$.



Diese Grundseite ($a + c$) müssen wir nun

wieder mit der Höhe von a (h_a) multiplizieren, um den Flächeninhalt des Rechtecks zu erhalten. Da das Rechteck aber aus **zwei** Trapezen besteht, müssen wir das Ergebnis noch halbieren!

Die Formel zur Flächenberechnung eines Trapezes lautet also:

Formel zur Flächenberechnung eines Trapezes

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{(a+c) \cdot h_a}{2}$$



Flächeninhalt eines Trapezes berechnen

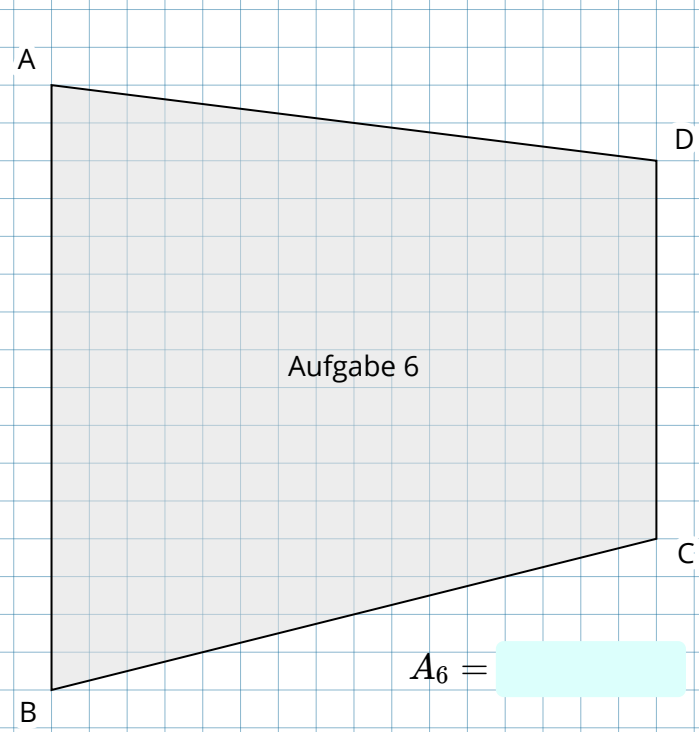
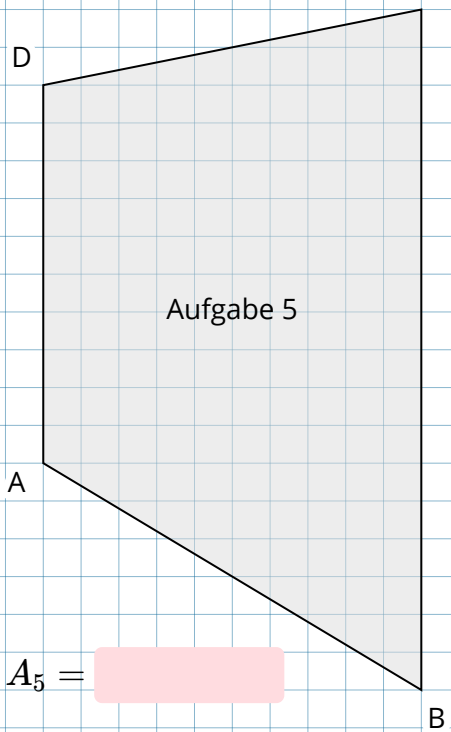
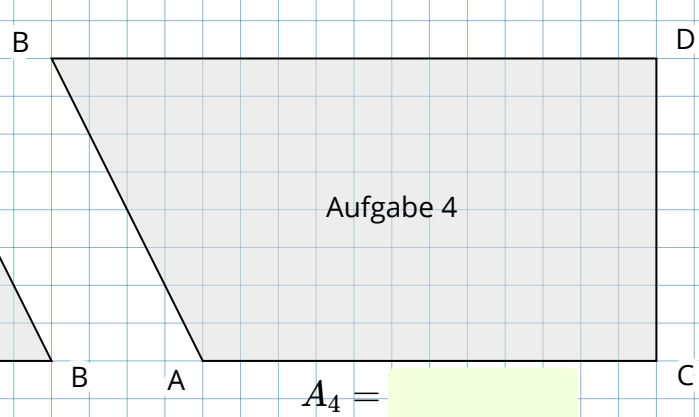
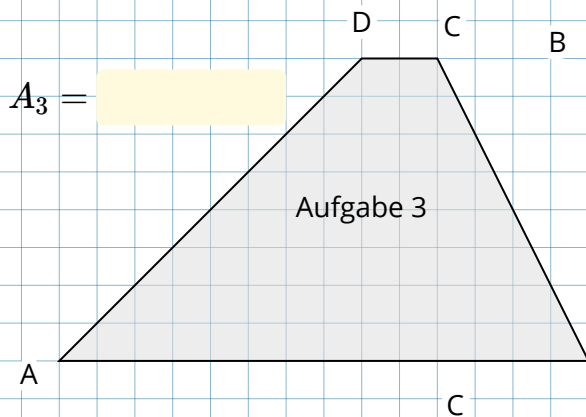
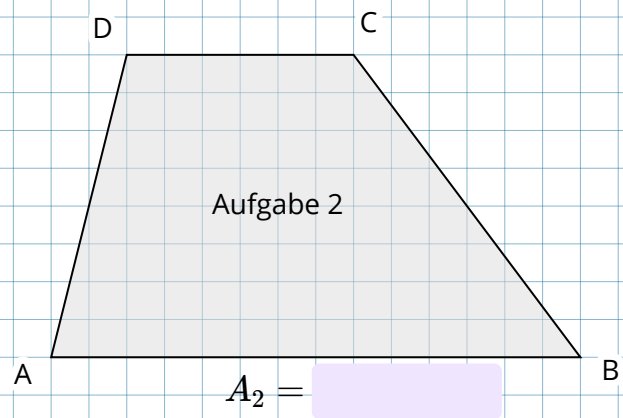
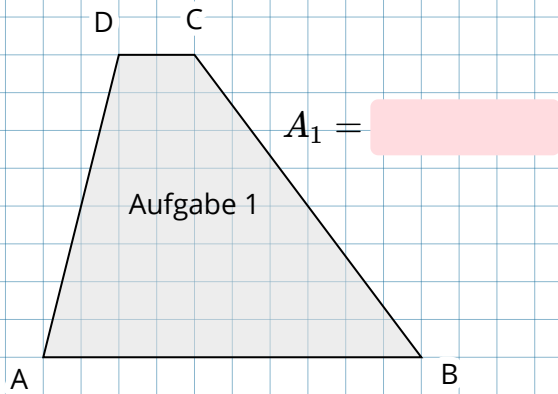
Wie berechnet man den Flächeninhalt eines Trapezes? Wie leitet man die Formel aus der Formel für Parallelogramme her? Wie misst man die Höhe des Trapezes?



YouTube-
Video

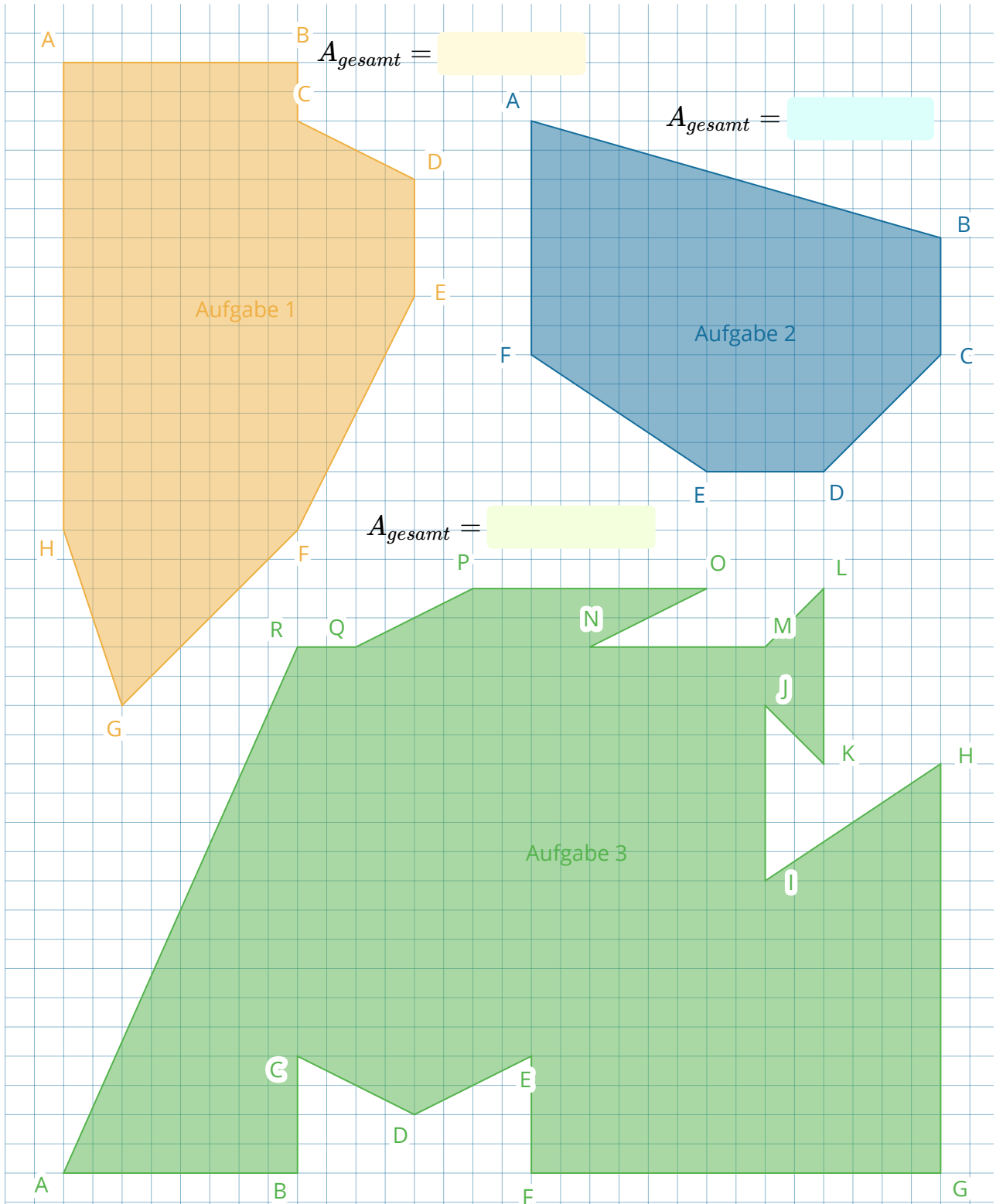
Link: <https://youtu.be/RBk6VlyANAw>

- ① Berechne den Flächeninhalt folgender Trapeze auf einem karierten Blatt Papier und nutze hierfür das 4-Schritt-Löseverfahren.



① Kannst du den Flächeninhalt der folgenden Figuren berechnen?

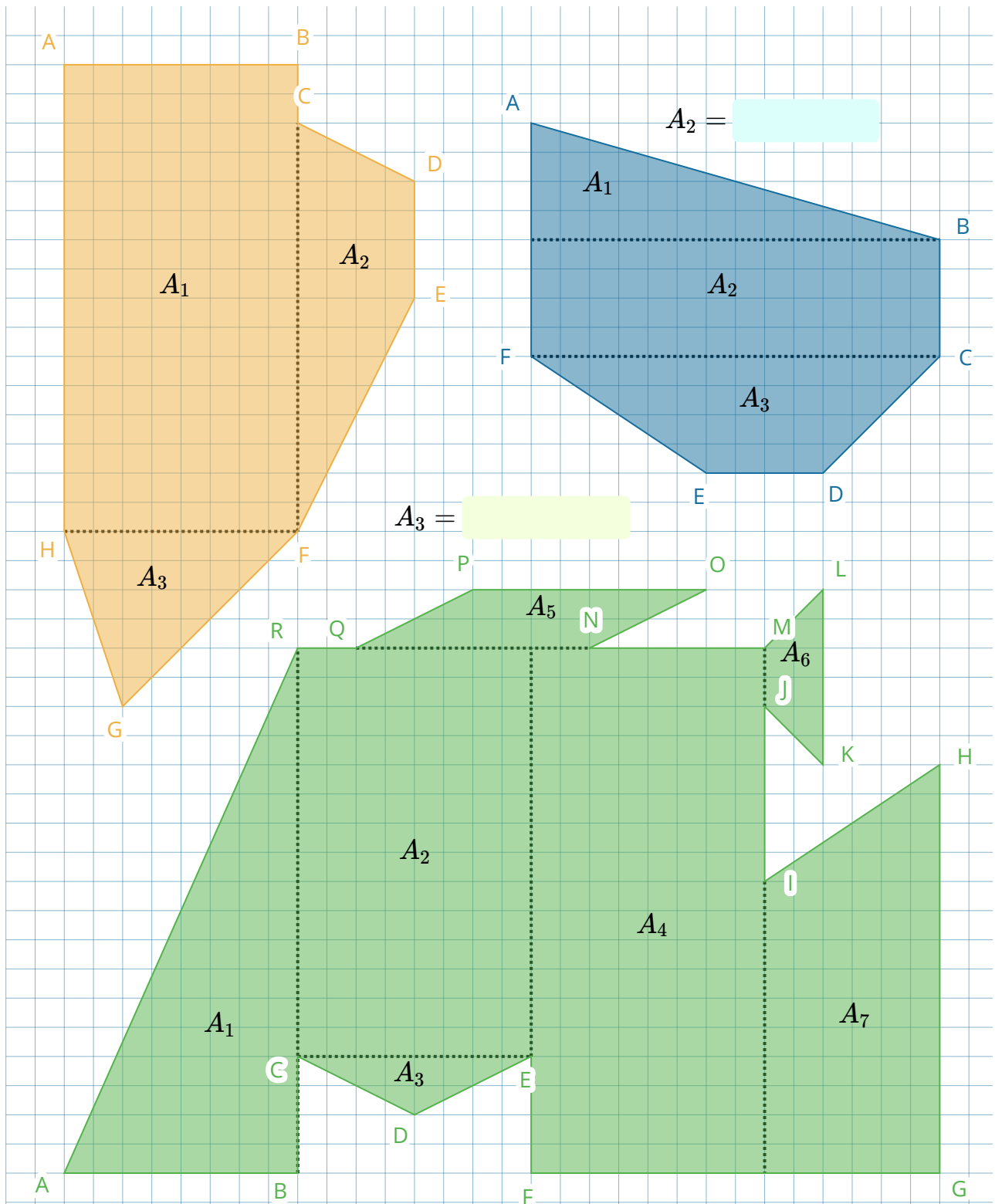
- 1) Unterteile die Figuren in dir bekannte Flächen (Rechteck, Dreieck, Parallelogramm, Trapez).
- 2) Es gibt mehrere Wege, die zum richtigen Ergebnis führen. Wenn dein Ergebnis also nicht stimmt, du den Fehler aber nicht findest, dann zeige deine Rechnung einem Experten!



① **Hier wird EIN möglicher Lösungsweg gezeigt.**

Dein Lösungsweg kann sich hiervon unterscheiden (z.B. wenn du die Teilflächen anders eingeteilt hast). Solange aber das Ergebnis stimmt, hast du alles richtig gemacht!

Bist du mit deinem Rechenweg unsicher, dann frage einen Experten.



Aufgabe 1

Schritt 1: Figur in sinnvolle Teilflächen unterteilen und benennen (siehe vorherige Seite).

Schritt 2: Teilflächen berechnen.

$$\begin{aligned} A_1 &= a \cdot b \\ &= 4\text{cm} \cdot 8\text{cm} \\ &= \underline{\underline{32\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{(a + c) \cdot h_a}{2} \\ &= \frac{(2\text{cm} + 7\text{cm}) \cdot 2\text{cm}}{2} \\ &= \frac{(9\text{cm}) \cdot 2\text{cm}}{2} \\ &= \frac{18\text{cm}^2}{2} \\ &= \underline{\underline{9\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4\text{cm} \cdot 3\text{cm} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 12\text{cm}^2 \\ &= \underline{\underline{6\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

Schritt 3: Teilflächen addieren.

$$\begin{aligned} A_{\text{gesamt}} &= A_1 + A_2 + A_3 \\ &= 32\text{cm}^2 + 9\text{cm}^2 + 6\text{cm}^2 \\ &= \underline{\underline{47\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Schritt 1: Figur in sinnvolle Teilflächen unterteilen und benennen (siehe vorherige Seite).

Schritt 2: Teilflächen berechnen.

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \\ &= \frac{1}{2} \cdot 7\text{cm} \cdot 2\text{cm} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 14\text{cm}^2 \\ &= \underline{\underline{7\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= a \cdot b \\ &= 7\text{cm} \cdot 2\text{cm} \\ &= \underline{\underline{14\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{(a + c) \cdot h_a}{2} \\ &= \frac{(2\text{cm} + 7\text{cm}) \cdot 2\text{cm}}{2} \\ &= \frac{(9\text{cm}) \cdot 2\text{cm}}{2} \\ &= \frac{18\text{cm}^2}{2} \\ &= \underline{\underline{9\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

Schritt 3: Teilflächen addieren.

$$\begin{aligned} A_{\text{gesamt}} &= A_1 + A_2 + A_3 \\ &= 7\text{cm}^2 + 14\text{cm}^2 + 9\text{cm}^2 \\ &= \underline{\underline{30\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Schritt 1: Figur in sinnvolle Teilflächen unterteilen und benennen (siehe vorherige Seite).

Schritt 2: Teilflächen berechnen.

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4\text{cm} \cdot 9\text{cm} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 36\text{cm}^2 \\ &= \underline{\underline{18\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= a \cdot b \\ &= 4\text{cm} \cdot 7\text{cm} \\ &= \underline{\underline{28\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4\text{cm} \cdot 1\text{cm} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4\text{cm}^2 \\ &= \underline{\underline{2\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_4 &= a \cdot b \\ &= 9\text{cm} \cdot 4\text{cm} \\ &= \underline{\underline{36\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_5 &= a \cdot h_a \\ &= 4\text{cm} \cdot 1\text{cm} \\ &= \underline{\underline{4\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_6 &= \frac{(a+c) \cdot h_a}{2} \\ &= \frac{(1\text{cm} + 3\text{cm}) \cdot 1\text{cm}}{2} \\ &= \frac{(4\text{cm}) \cdot 1\text{cm}}{2} \\ &= \frac{4\text{cm}^2}{2} \\ &= \underline{\underline{2\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

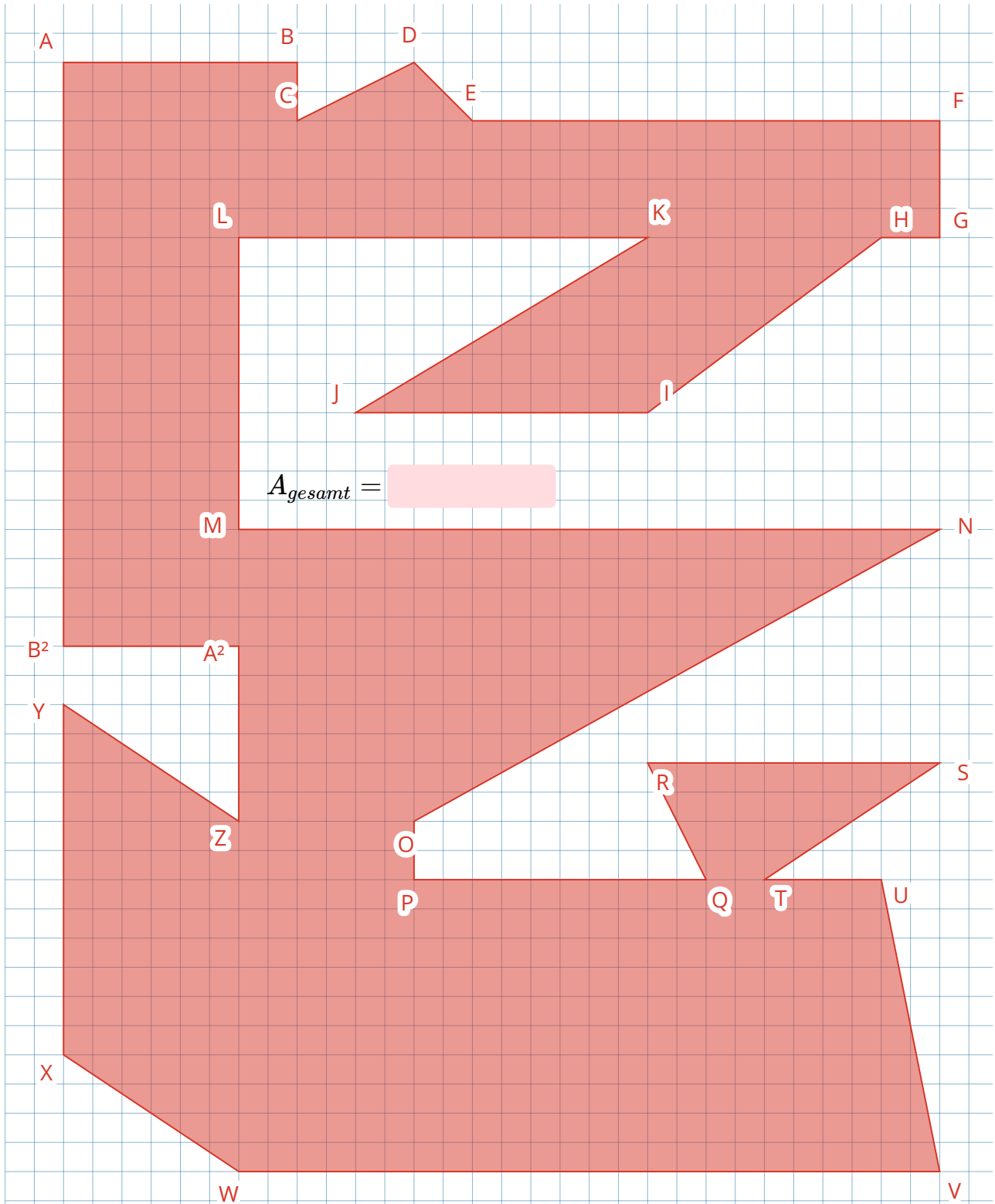
$$\begin{aligned} A_7 &= \frac{(a+c) \cdot h_a}{2} \\ &= \frac{(5\text{cm} + 7\text{cm}) \cdot 3\text{cm}}{2} \\ &= \frac{(12\text{cm}) \cdot 3\text{cm}}{2} \\ &= \frac{36\text{cm}^2}{2} \\ &= \underline{\underline{18\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

Schritt 3: Teilflächen addieren.

$$\begin{aligned} A_{\text{gesamt}} &= A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 \\ &= 18\text{cm}^2 + 28\text{cm}^2 + 2\text{cm}^2 + 36\text{cm}^2 + 4\text{cm}^2 + 2\text{cm}^2 + 18\text{cm}^2 \\ &= \underline{\underline{108\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

① Kannst du den Flächeninhalt der folgenden Figuren berechnen?

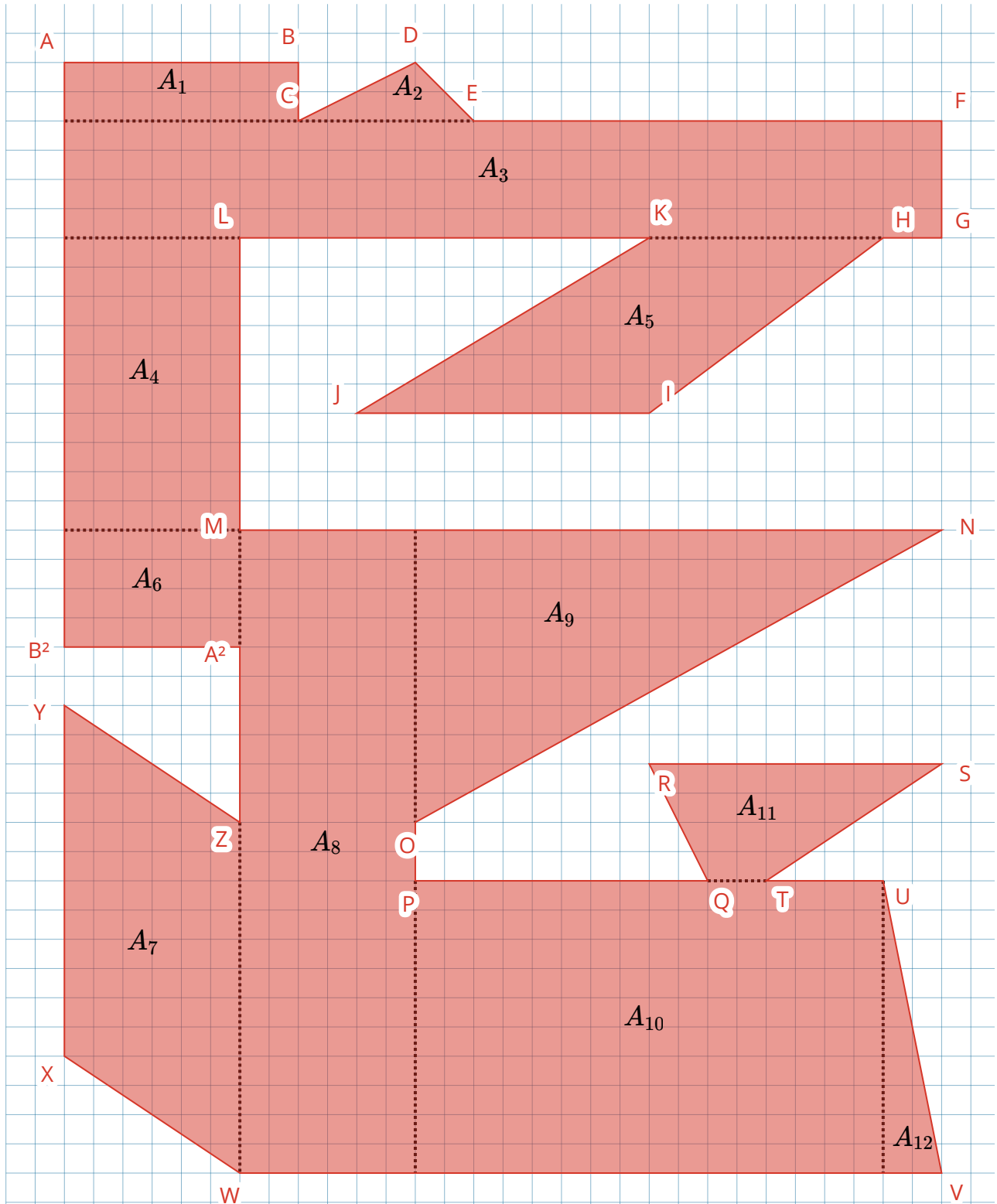
- 1) Unterteile die Figuren in dir bekannte Flächen (Rechteck, Dreieck, Parallelogramm, Trapez).
- 2) Es gibt mehrere Wege, die zum richtigen Ergebnis führen. Wenn dein Ergebnis also nicht stimmt, du den Fehler aber nicht findest, dann zeige deine Rechnung einem Experten!



① Hier wird EIN möglicher Lösungsweg gezeigt.

Dein Lösungsweg kann sich hiervon unterscheiden (z.B. wenn du die Teilflächen anders eingeteilt hast). Solange aber das Ergebnis stimmt, hast du alles richtig gemacht!

Bist du mit deinem Rechenweg unsicher, dann frage einen Experten.



Aufgabe 1

Schritt 1: Figur in sinnvolle Teilflächen unterteilen und benennen (siehe vorherige Seite).

Schritt 2: Teilflächen berechnen.

$$\begin{aligned} A_1 &= a \cdot b \\ &= 4\text{cm} \cdot 1\text{cm} \\ &= \underline{\underline{4\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \\ &= \frac{1}{2} \cdot 3\text{cm} \cdot 1\text{cm} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 3\text{cm}^2 \\ &= \underline{\underline{1,5\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 &= a \cdot b \\ &= 15\text{cm} \cdot 2\text{cm} \\ &= \underline{\underline{30\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_4 &= a \cdot b \\ &= 5\text{cm} \cdot 3\text{cm} \\ &= \underline{\underline{15\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_5 &= a \cdot h_a \\ &= 5\text{cm} \cdot 3\text{cm} \\ &= \underline{\underline{15\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_6 &= a \cdot b \\ &= 3\text{cm} \cdot 2\text{cm} \\ &= \underline{\underline{6\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_7 &= a \cdot h_a \\ &= 6\text{cm} \cdot 3\text{cm} \\ &= \underline{\underline{18\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_8 &= a \cdot b \\ &= 3\text{cm} \cdot 11\text{cm} \\ &= \underline{\underline{33\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_9 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \\ &= \frac{1}{2} \cdot 9\text{cm} \cdot 5\text{cm} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 45\text{cm}^2 \\ &= \underline{\underline{22,5\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{10} &= a \cdot b \\ &= 8\text{cm} \cdot 5\text{cm} \\ &= \underline{\underline{40\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{(a+c) \cdot h_a}{2} \\ &= \frac{(5\text{cm} + 1\text{cm}) \cdot 2\text{cm}}{2} \\ &= \frac{(6\text{cm}) \cdot 2\text{cm}}{2} \\ &= \frac{12\text{cm}^2}{2} \\ &= \underline{\underline{6\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{12} &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1\text{cm} \cdot 5\text{cm} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5\text{cm}^2 \\ &= \underline{\underline{2,5\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

Schritt 3: Teilflächen addieren.

$$\begin{aligned} A_{\text{gesamt}} &= A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11} + A_{12} \\ &= 4\text{cm}^2 + 1,5\text{cm}^2 + 30\text{cm}^2 + 15\text{cm}^2 + 15\text{cm}^2 + 6\text{cm}^2 + 18\text{cm}^2 + 33\text{cm}^2 + 22,5\text{cm}^2 \\ &\quad + 40\text{cm}^2 + 6\text{cm}^2 + 2,5\text{cm}^2 \\ &= \underline{\underline{193,5\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

① **Baue folgenden Gleiter. Du benötigst Papier und einen Strohhalm.**

1. Schneide aus einem Blatt Papier zwei Streifen aus. Dabei muss der eine Streifen doppelt so lang sein wie der andere (also z.B. 15cm x 3cm und 28cm x 3cm).
2. Klebe die Enden der Papierstreifen mit Tesafilm zusammen und befestige sie (ebenfalls mit Tesafilm) an den Enden des Strohhalmes.
3. Fertig! Lass deinen Gleiter nun fliegen!
4. Fotografiere deinen Gleiter und füge das Foto hier ein.

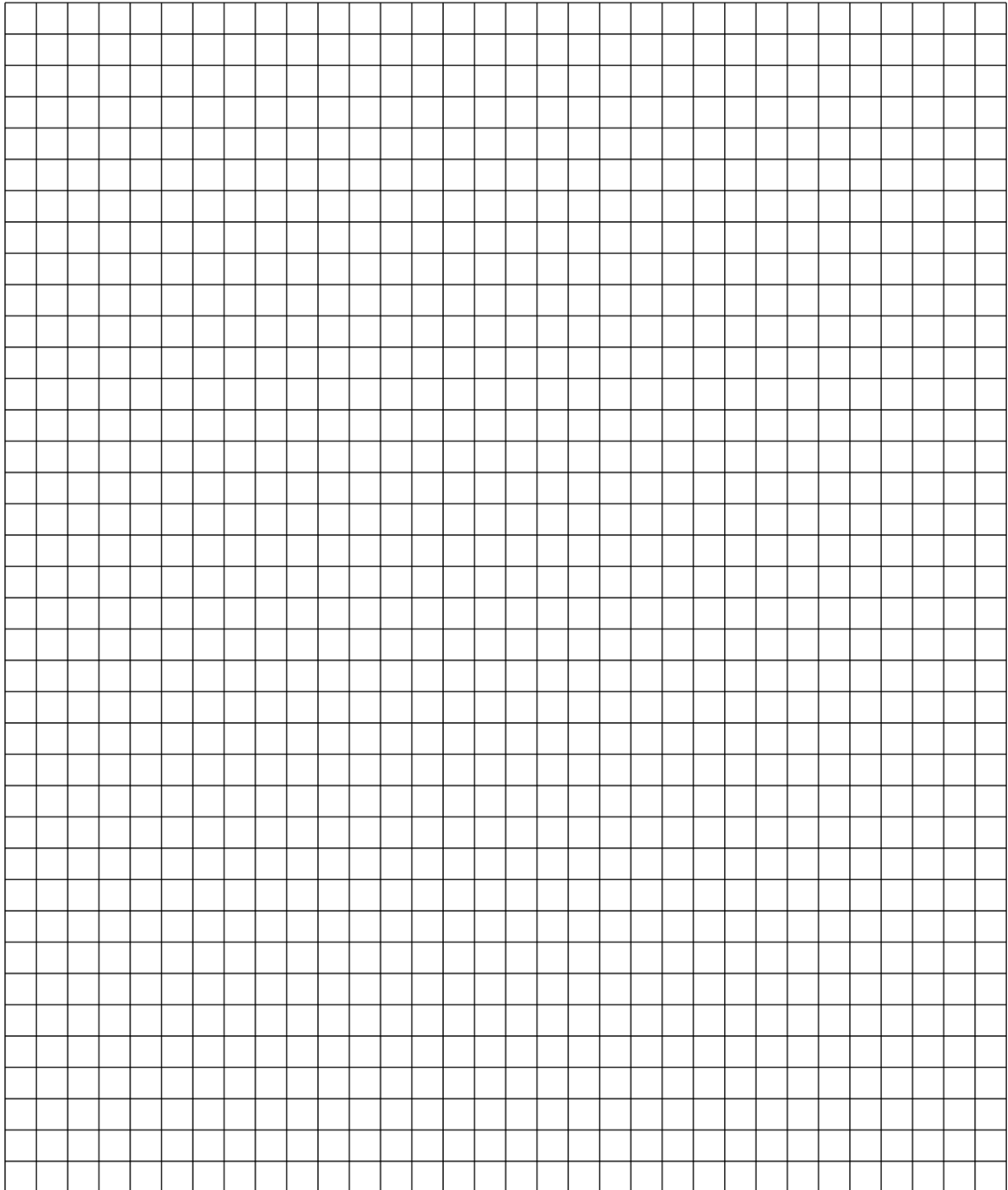


[Anleitung](#) 

Foto deines Gleiters

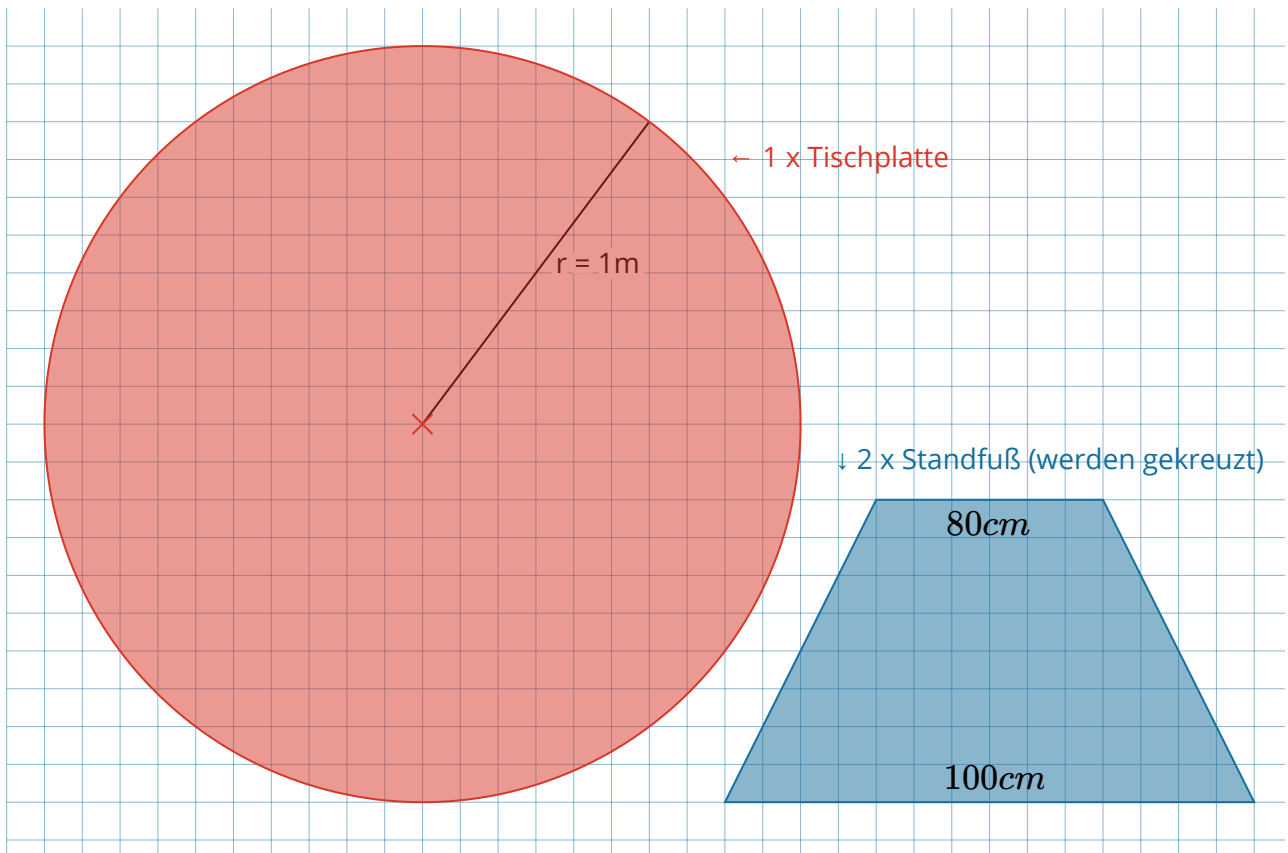
① **Berechne nun folgende Werte deines Ringleiters im 4-Schritt-Löseverfahren.**

- 1) Welchen Umfang (U) und welchen Flächeninhalt (A) hat der kleine Papierstreifen?
- 2) Welchen Umfang (U) und welchen Flächeninhalt (A) hat der große Papierstreifen?
- 3) Welchen Umfang (U) und welchen Flächeninhalt (A) hat der kleine Ring?
- 4) Welchen Umfang (U) und welchen Flächeninhalt (A) hat der große Ring?



① Hier siehst du einen Bauplan für einen runden Tisch.
Berechne, wie viele Quadratmeter Holz hierfür benötigt werden.

- Alle Bauteile werden aus dem gleichen Holz gemacht.
- Der Tisch soll 75cm hoch sein (die Dicke der Tischplatte nicht mit einberechnet).
- Berechne immer im 4-Schritt-Löseverfahren.



.....

.....

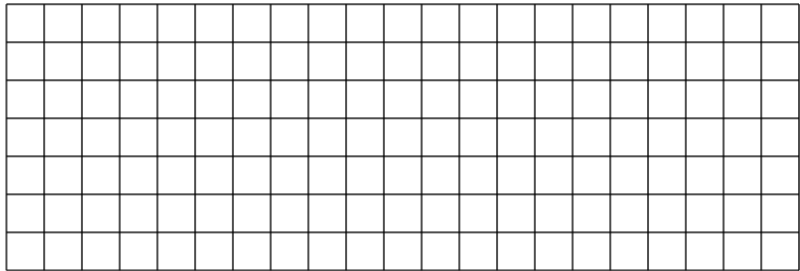
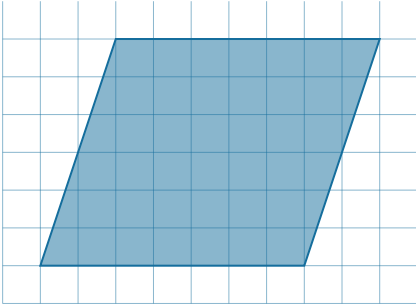
.....

.....

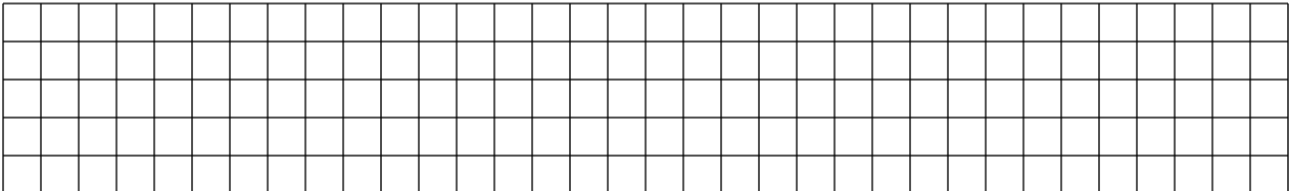
.....

⑥ **Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms.**

(1 Kästchen = 5mm)

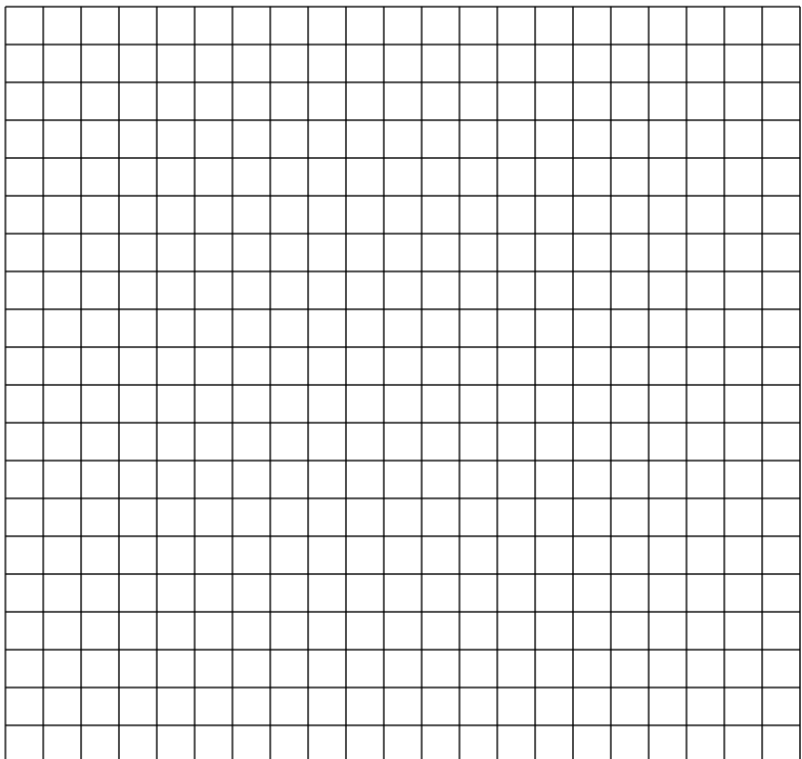
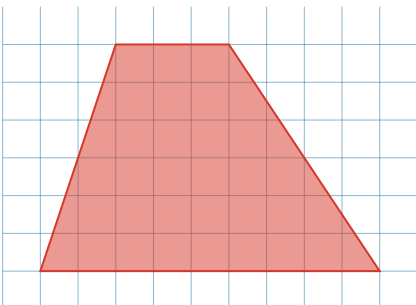


⑦ **Wie lautet die Formel zur Flächenberechnung eines Trapezes?**



⑧ **Berechne den Flächeninhalt des Trapezes.**

(1 Kästchen = 5mm)



Lösungen

Messen E 6



VERSUCH: Was bedeutet Pi?

Mathematik Messen E 6

3L

Aber was für eine Bedeutung hat die Zahl Pi (π)? Das herauszufinden ist jetzt deine Aufgabe!



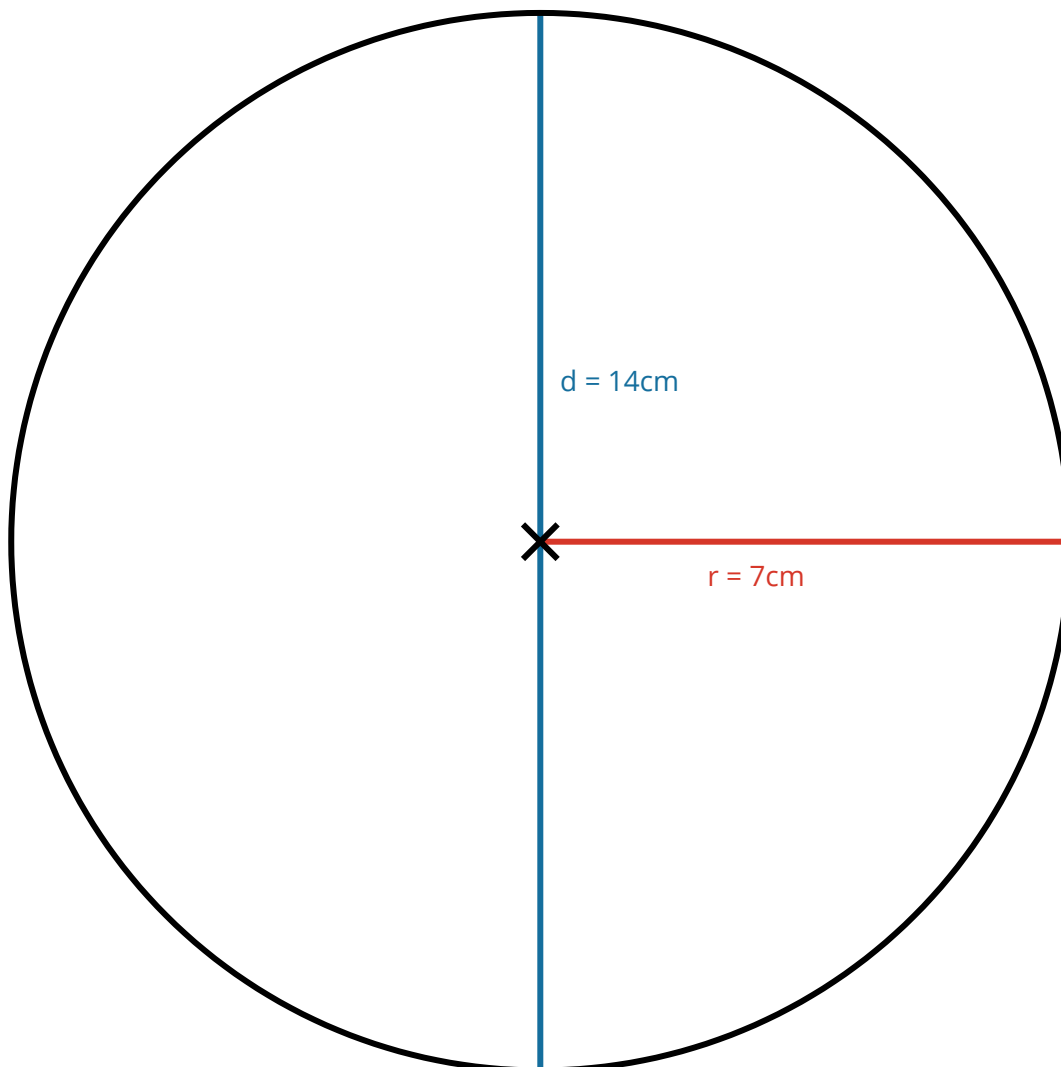
Hinweis

Für diesen Versuch brauchst du ein Geodreieck und ein Stück Schnur (ca. 50cm lang).

- ① **Finde heraus, wie der Radius (r), der Durchmesser (d) und die Zahl Pi ($\pi \approx 3,14$) zusammenhängen.**

Notiere deine Beobachtungen auf der nächsten Seite.

Überprüfe, ob deine Beobachtungen auch für andere Kreise zutreffen (z.B. runder Tisch)!



Tipp

Überprüfe, ob der Umfang des Kreises irgendwie mit der Länge des Durchmessers oder Radius zusammenhängt. Ist er vielleicht ein Vielfaches?



Meine Beobachtung:

Lösung

Wenn man die Schnur auf die Länge des Kreisumfangs zuschneidet und misst, dann erhält man eine Länge von ca. 44cm .

Der Durchmesser des Kreises beträgt 14cm . Er passt somit ziemlich genau drei Mal in die Länge des Umfangs (denn $3 \cdot 14 = 42$).

Man könnte also vermuten, dass Folgendes gilt:

$$U_K \approx 3 \cdot d$$

Es fällt auf, dass in der obigen Formel die Zahl 3 dem Wert der Zahl Pi $\pi \approx 3,14$ ziemlich nahe kommt.

Daher könnte man vielleicht auch schreiben:

$$U_K \approx \pi \cdot d$$

oder (weil d ja $2 \cdot r$ ist):

$$U_K \approx \pi \cdot 2 \cdot r \approx 2 \cdot \pi \cdot r$$

Du weißt nun, dass der **Umfang** eines Kreises mit folgender Formel zu berechnen ist:

Formel zur Berechnung des Umfangs eines Kreises

$$U_{\text{Kreis}} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Wenn man für die Berechnungen keinen Taschenrechner zur Hand hat, dann rundet man die Zahl Pi (π) auf zwei Stellen nach dem Komma. Diese Zahl solltest du also wissen:

$$\pi \approx 3,14$$

① **Berechne den Umfang folgender Kreise im 4-Schritt-Löseverfahren, bei denen der Radius (r) oder der Durchmesser (d) gegeben ist.**

a) $d = 63 \text{ cm}$

U = 197,82 cm

b) $d = 2 \text{ cm}$

U = 6,28 cm

c) $d = 64 \text{ cm}$

U = 200,96 cm

d) $d = 23 \text{ cm}$

U = 72,22 cm

e) $d = 44 \text{ cm}$

U = 138,16 cm

f) $d = 34 \text{ cm}$

U = 106,76 cm

g) $d = 28 \text{ cm}$

U = 87,92 cm

h) $d = 48 \text{ cm}$

U = 150,72 cm

i) $d = 20 \text{ cm}$

U = 62,80 cm

j) $d = 84 \text{ cm}$

U = 263,76 cm

k) $d = 7 \text{ cm}$

U = 21,98 cm

l) $d = 25 \text{ cm}$

U = 78,50 cm

m) $d = 33 \text{ cm}$

U = 103,62 cm

n) $d = 13 \text{ cm}$

U = 40,82 cm

o) $d = 21 \text{ cm}$

U = 65,94 cm

Beispiel mit gegebenem Radius (r):

$$r = 9 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} U_K &= 2 \cdot \pi \cdot r \\ &= 2 \cdot 3,14 \cdot 9 \text{ cm} \\ &= 6,28 \cdot 9 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{56,52 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

Beispiel mit gegebenem Durchmesser (d):

$$d = 12 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} U_K &= \pi \cdot d \\ &= 3,14 \cdot 12 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{37,68 \text{ cm}}} \end{aligned}$$



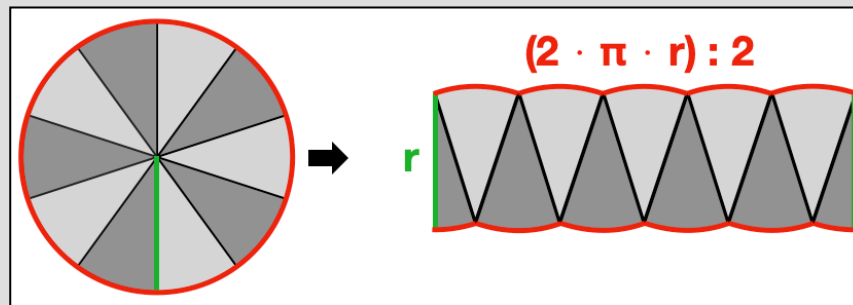
Hinweis

Sieh dir zunächst den Film auf dem Material *FILM: Flächenberechnung eines Kreises* an und versuche dann ohne weitere Hilfsmittel diesen Versuch durchzuführen.

- 1 **Versuche nochmals in eigenen Worten zu erklären, wie sich die Formel zur Flächenberechnung eines Kreises herleiten lässt.**

Lösung

Zerlegt man den Kreis in viele Kreisabschnitte (im Video durch Pizzastücke dargestellt) und ordnet man diese Kreisabschnitte immer mit dem Rand abwechselnd oben und unten nebeneinander an, dann ergibt sich annähernd ein Rechteck.



Die langen Seiten des Rechtecks (im Video die Ränder der Pizzastücke) sind so lange, wie der Umfang des Kreises, also: $U_K = 2 \cdot \pi \cdot r$.

Demnach ist eine dieser Seiten genau halb so lang, also: $Seite_a = \pi \cdot r$.

Nun kann man den Flächeninhalt wie bei einem Rechteck berechnen, indem man die Seite a mit der Seite b multipliziert. Und die Seite b ist genau der Radius (r) des Kreises.

Es gilt also die Formel wie bei der Flächenberechnung eines Rechtecks, nur dass die Seite a durch $2\pi \cdot r$ und die Seite b durch den Radius r ersetzt werden:

$$\begin{aligned} A_K &= a \cdot b \\ &= (\pi \cdot r) \cdot r \\ &= \pi \cdot r^2 \end{aligned}$$

Du weißt nun, dass der **Flächeninhalt** eines Kreises mit folgender Formel zu berechnen ist:

Formel zur Berechnung des Flächeninhalts eines Kreises

$$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2$$

Wenn man für die Berechnungen keinen Taschenrechner zur Hand hat, dann rundet man die Zahl Pi (π) auf zwei Stellen nach dem Komma. Diese Zahl solltest du also wissen:

$$\pi \approx 3,14$$

① **Berechne den Flächeninhalt folgender Kreise im 4-Schritt-Löseverfahren, bei denen der Radius (r) oder der Durchmesser (d) gegeben ist.**

a) $r = 2 \text{ cm}$

$A = 12,56 \text{ cm}^2$

b) $r = 14 \text{ cm}$

$A = 615,44 \text{ cm}^2$

c) $d = 23 \text{ cm}$

$A = 415,27 \text{ cm}^2$

d) $r = 18 \text{ cm}$

$A = 1017,36 \text{ cm}^2$

e) $r = 7 \text{ cm}$

$A = 153,86 \text{ cm}^2$

f) $d = 16 \text{ cm}$

$A = 200,96 \text{ cm}^2$

g) $r = 4 \text{ cm}$

$A = 50,24 \text{ cm}^2$

h) $r = 6 \text{ cm}$

$A = 113,04 \text{ cm}^2$

i) $r = 15 \text{ cm}$

$A = 706,50 \text{ cm}^2$

j) $r = 12 \text{ cm}$

$A = 452,16 \text{ cm}^2$

k) $r = 5 \text{ cm}$

$A = 78,50 \text{ cm}^2$

l) $d = 37 \text{ cm}$

$A = 1074,66 \text{ cm}^2$

m) $d = 47 \text{ cm}$

$A = 1734,07 \text{ cm}^2$

n) $r = 3 \text{ cm}$

$A = 28,26 \text{ cm}^2$

o) $d = 31 \text{ cm}$

$A = 754,38 \text{ cm}^2$

Beispiel mit gegebenem Radius (r):

$$r = 9 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} A_K &= \pi \cdot r^2 \\ &= 3,14 \cdot (9 \text{ cm})^2 \\ &= 3,14 \cdot 81 \text{ cm}^2 \\ &= \underline{\underline{254,34 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

Beispiel mit gegebenem Durchmesser (d):

$$d = 12 \text{ cm} \rightarrow r = d : 2 = 6 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} A_K &= \pi \cdot r^2 \\ &= 3,14 \cdot (6 \text{ cm})^2 \\ &= 3,14 \cdot 36 \text{ cm}^2 \\ &= \underline{\underline{113,04 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

① **Finde Kreise im Alltag (z.B. einen runden Tisch oder den Boden einer Flasche).**

- 1) Mache ein Foto von dem Kreis.
- 2) Miss den Radius und zeichne ihn auf deinem Foto ein. Füge das beschriftete Foto anschließend hier ein. (*Tipp: bei größeren Gegenständen kannst du den Radius (r) ganz gut mit der App „Maßband“ messen*)
- 3) Berechne sowohl den Umfang (U) als auch den Flächeninhalt (A) des Kreises im 4-Schritt-Löseverfahren.

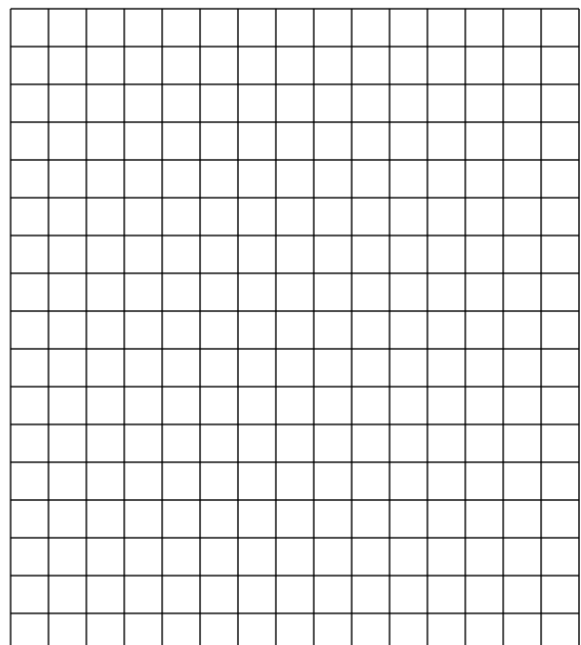
Beispiel: Tambourin



$$\begin{aligned}
 U_K &= 2 \cdot \pi \cdot r \\
 &= 2 \cdot 3,14 \cdot 12\text{cm} \\
 &= 6,28 \cdot 12\text{cm} \\
 &= \underline{\underline{99,36\text{cm}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_K &= \pi \cdot r^2 \\
 &= 3,14 \cdot (12\text{cm})^2 \\
 &= 3,14 \cdot 144\text{cm}^2 \\
 &= \underline{\underline{452,16\text{ cm}^2}}
 \end{aligned}$$

Dein Bild

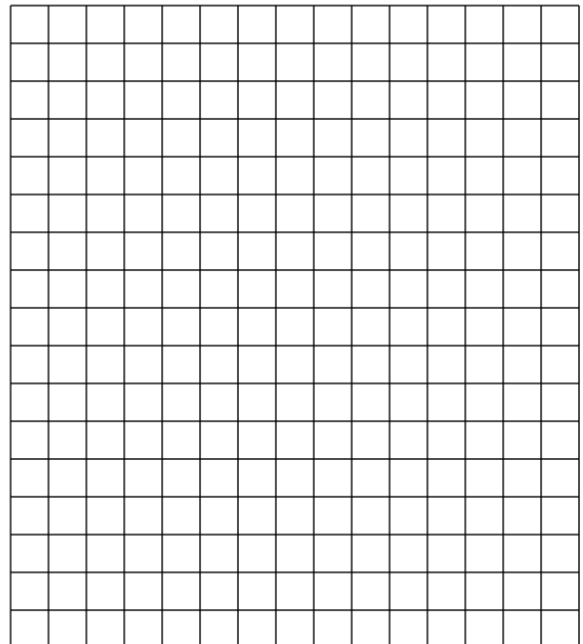
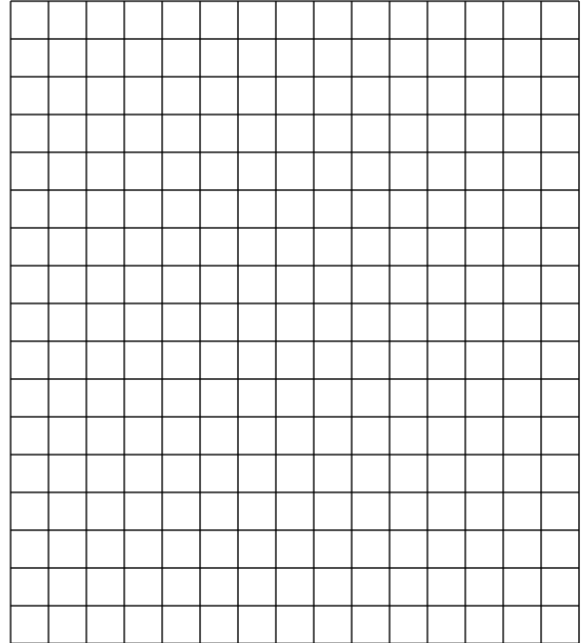




AB: Kreise im Alltag

Mathematik Messen E 6

10L



INFO: Flächeninhalt eines Parallelogramms

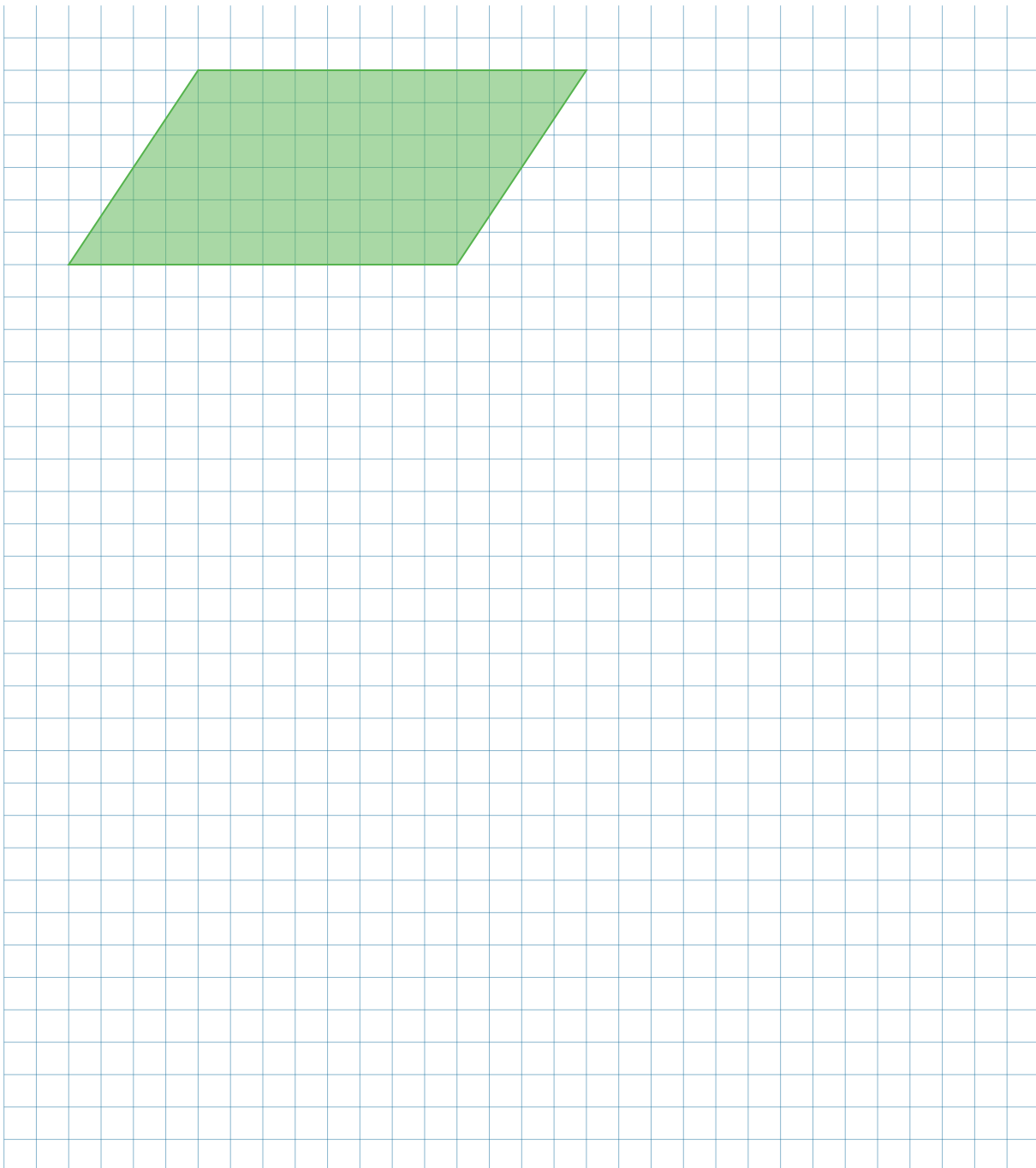
Mathematik Messen E 6

12L



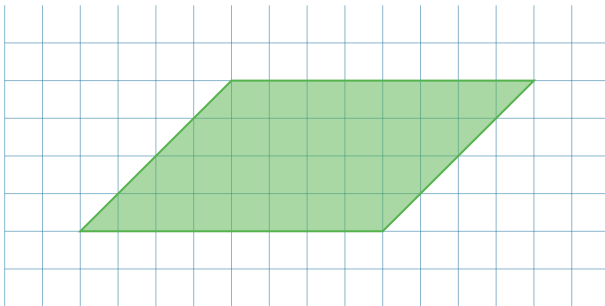
Hast du dir schon das Material *INFO: Das Dreieck* angesehen?
Wenn nein, dann sieh es dir zuerst an!

Beim Dreieck haben wir einen Trick angewendet, um seinen Flächeninhalt berechnen zu können. Hast du eine Idee, wie man bei einem **Parallelogramm** vorgehen könnte? Stell dir einen Timer auf 5 Minuten, nimm ein Geodreieck und einen Bleistift und versuche selbst, eine Lösung zu finden, bevor du auf den nächsten Seiten erfährst, wie es funktioniert!

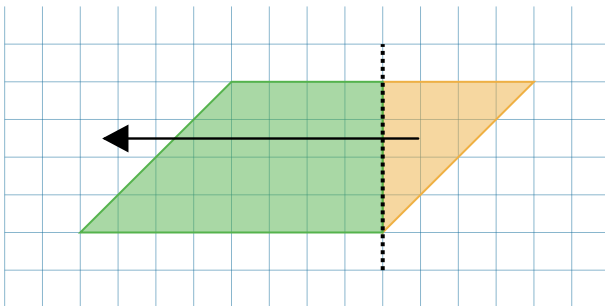


Lösung

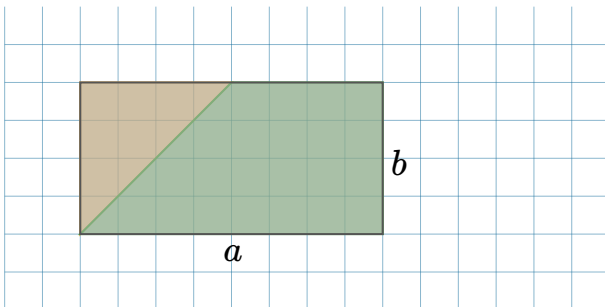
Sicher hast du es selbst herausgefunden. Hier aber nochmal Schritt für Schritt:



Ein Parallelogramm ist eine Fläche, bei der die gegenüberliegenden Seiten gleich lang und **parallel** zueinander sind. Daher auch der Name.

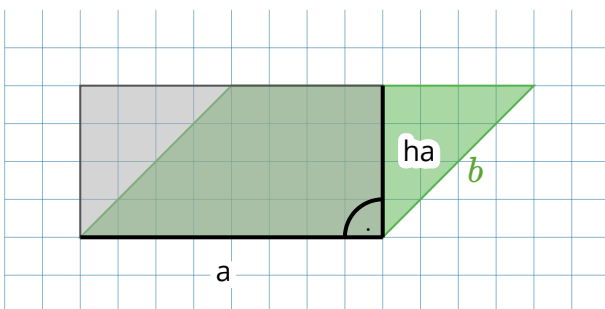


Wenn man eine „Spitze“ des Parallelogramms abschneidet und auf der anderen Seite „anklebt“, ergibt sich wieder ein ...



... Rechteck!
Und wie man die Fläche eines Rechtecks berechnet, wissen wir ja schon:

$$A_{\square} = a \cdot b$$



Wie aber schon beim Dreieck, ist die Seite b des Parallelogramms (also die „schräge“ Seite) nicht identisch mit der Seite b des grauen Rechtecks, die ja im rechten Winkel zur Seite a stehen muss.

Also gilt auch hier - wie beim Dreieck - dass man mit der Höhe von a (h_a) arbeiten muss.

Die Formel lautet also:

Formel zur Flächenberechnung eines Parallelogramms

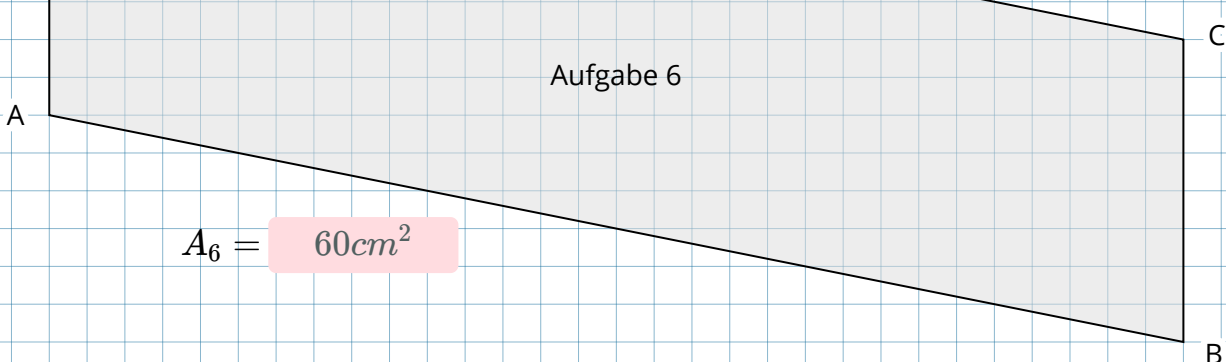
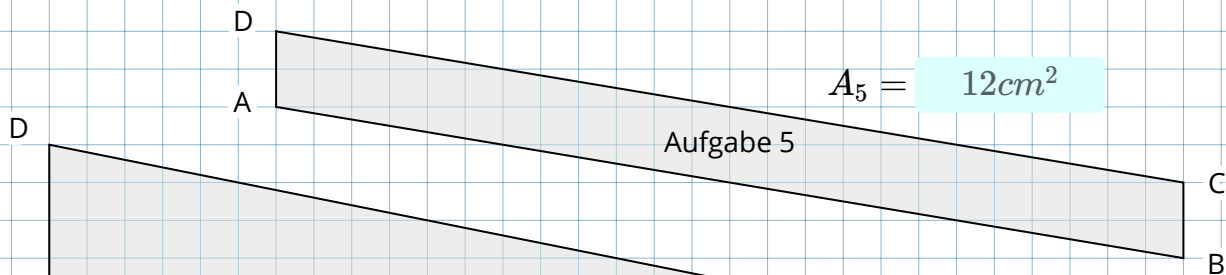
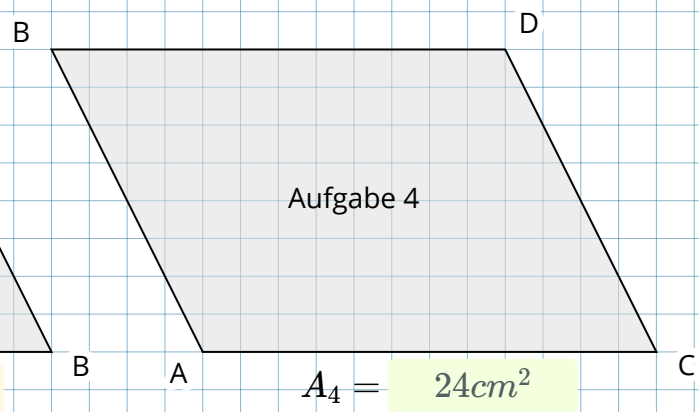
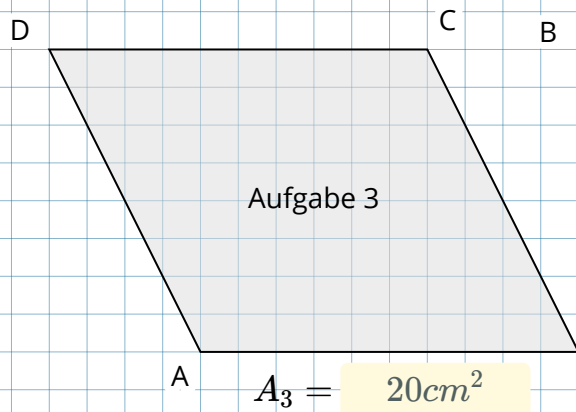
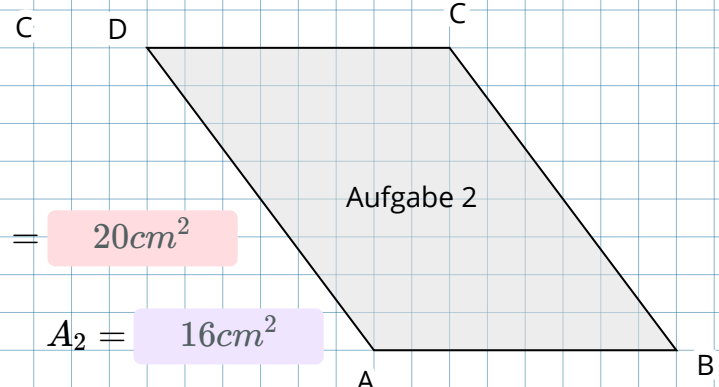
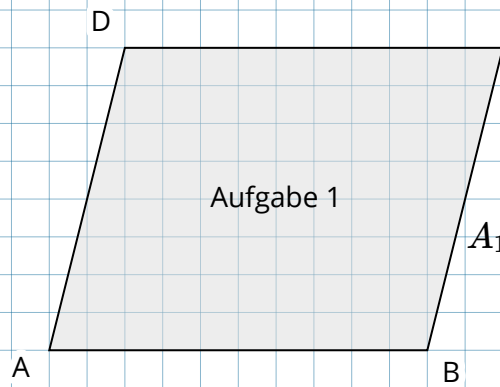
$$A_P = a \cdot h_a$$

AB: A berechnen (Parallelogramm)

Mathematik Messen E 6

14L

- ① Berechne den Flächeninhalt folgender Parallelogramme auf einem karierten Blatt Papier und nutze hierfür das 4-Schritt-Löseverfahren.



INFO: Flächeninhalt eines Trapezes

Mathematik Messen E 6

15L

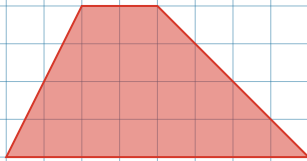


Hast du dir schon die Materialien *INFO: Flächeninhalt eines Dreiecks* und *INFO: Flächeninhalt eines Parallelogramms* angesehen?

Wenn nein, dann sieh sie dir zuerst an!

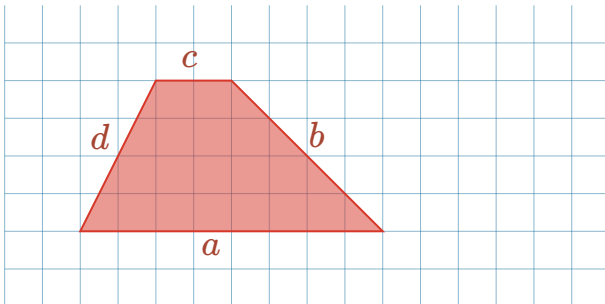
Sowohl beim Dreieck als auch beim Parallelogramm haben wir einen Trick angewendet, um ihren Flächeninhalt berechnen zu können. Hast du eine Idee, wie man bei einem **Trapez** vorgehen könnte?

Stell dir einen Timer auf 5 Minuten, nimm ein Geodreieck und einen Bleistift und versuche selbst, eine Lösung zu finden, bevor du auf den nächsten Seiten erfährst, wie es funktioniert!



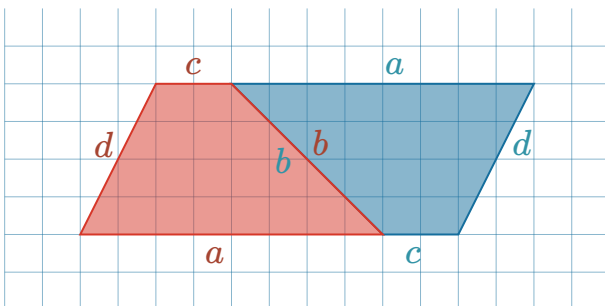
Lösung

Sicher hast du es selbst herausgefunden. Hier aber nochmal Schritt für Schritt:



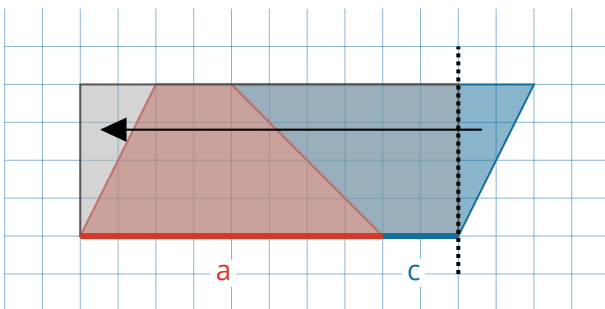
Ein Trapez ist eine Fläche, bei der nur zwei gegenüberliegende Seiten **parallel** zueinander sind.

Der Trick, eine „Ecke“ abzuschneiden und auf der anderen Seite „anzukleben“ funktioniert hier also leider nicht (zumindest nicht immer - aber dazu später mehr).



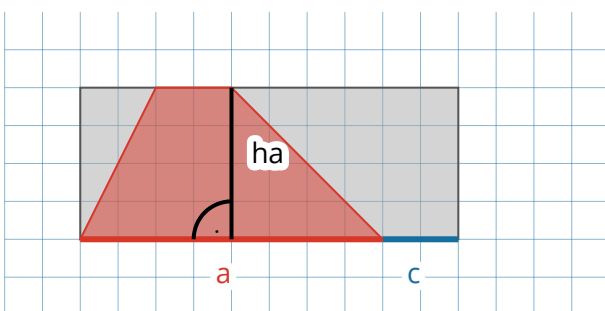
Wenn man aber (wie beim Dreieck) die Fläche verdoppelt und umdreht, entsteht ein Parallelogramm.

Merke: Die Fläche ist jetzt also doppelt so groß wie das ursprüngliche Trapez!



Nun kann man wieder die „Spitze“ abschneiden und auf der anderen Seite „ankleben“, um ein Rechteck zu erhalten.

Die Grundseite des Rechtecks ist nun aber nicht einfach a , sondern $a + c$.



Diese Grundseite ($a + c$) müssen wir nun

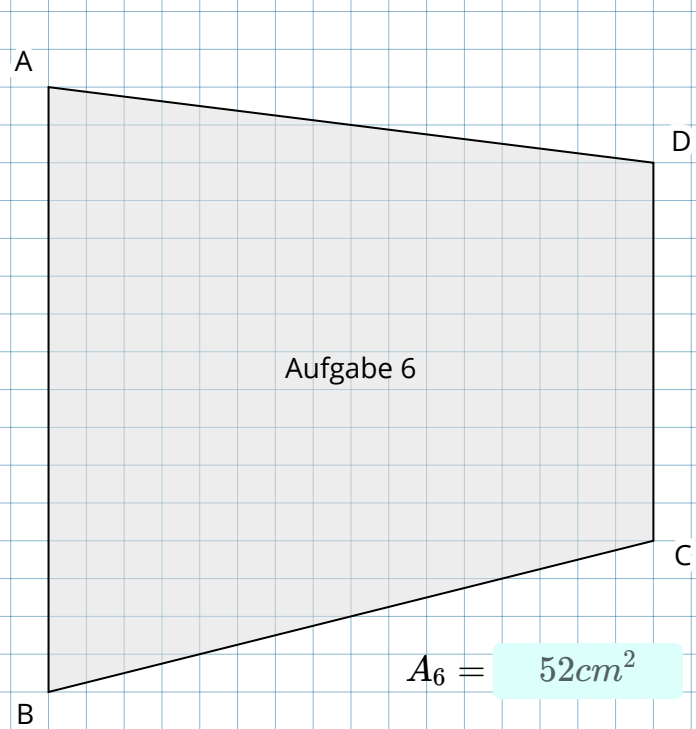
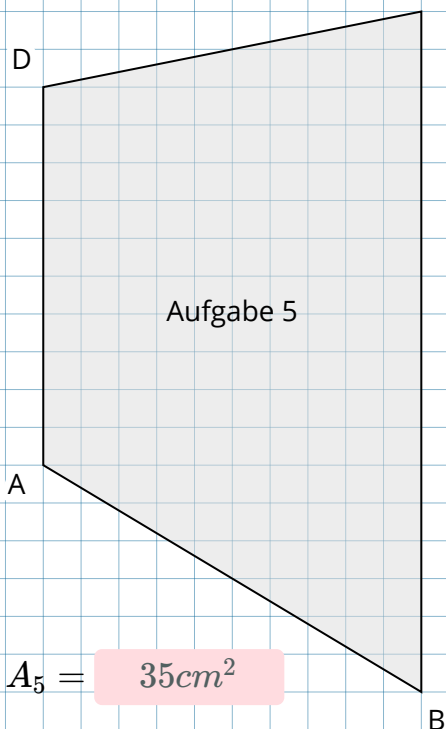
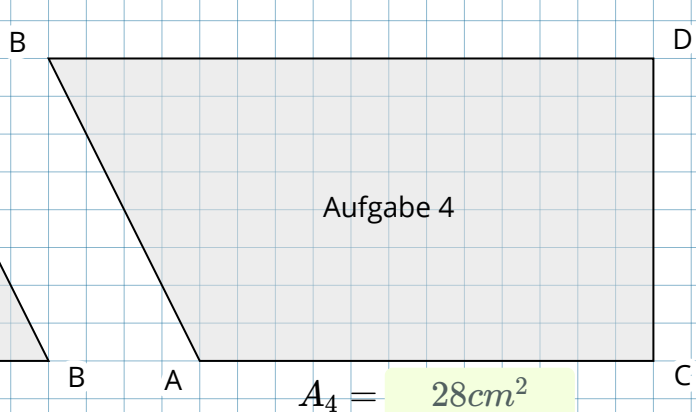
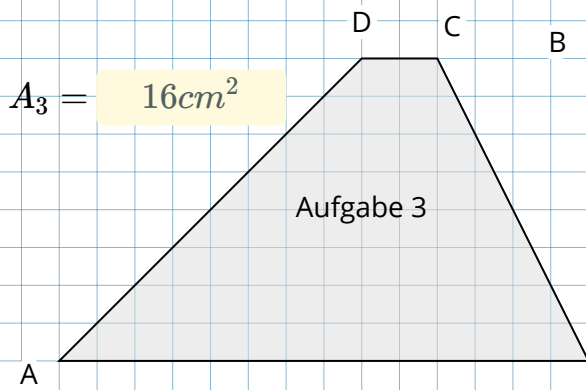
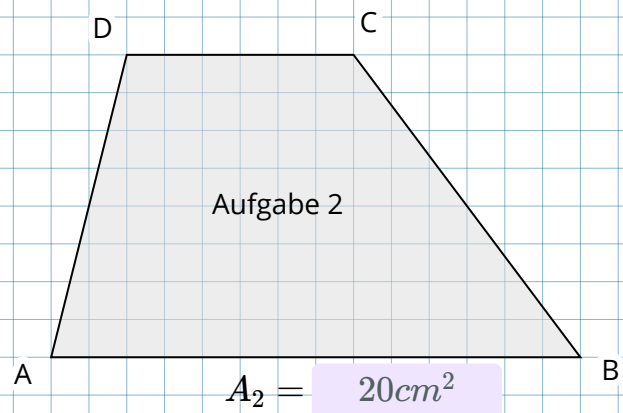
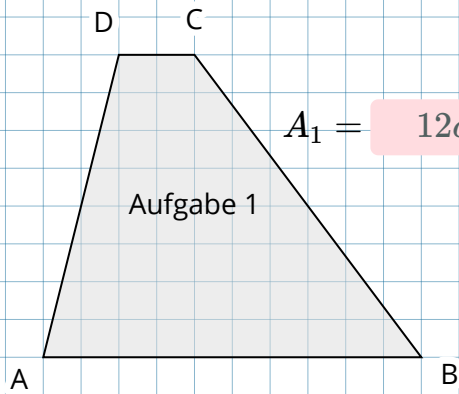
wieder mit der Höhe von a (h_a) multiplizieren, um den Flächeninhalt des Rechtecks zu erhalten. Da das Rechteck aber aus **zwei** Trapezen besteht, müssen wir das Ergebnis noch halbieren!

Die Formel zur Flächenberechnung eines Trapezes lautet also:

Formel zur Flächenberechnung eines Trapezes

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{(a+c) \cdot h_a}{2}$$

- ① Berechne den Flächeninhalt folgender Trapeze auf einem karierten Blatt Papier und nutze hierfür das 4-Schritt-Löseverfahren.



① **Berechne nun folgende Werte deines Ringleiters im 4-Schritt-Löseverfahren.**

- 1) Welchen Umfang (U) und welchen Flächeninhalt (A) hat der kleine Papierstreifen?
- 2) Welchen Umfang (U) und welchen Flächeninhalt (A) hat der große Papierstreifen?
- 3) Welchen Umfang (U) und welchen Flächeninhalt (A) hat der kleine Ring?
- 4) Welchen Umfang (U) und welchen Flächeninhalt (A) hat der große Ring?



Hinweis

Allen folgenden Berechnungen geht voraus, dass der lange Streifen 28cm, und der kleine Streifen 15cm lang ist (jeweils mit 2cm Überlappung zum Zusammenkleben, die beim Ring also fehlen!).

Beide Streifen sind 3cm breit.

$$\begin{aligned}
 1) \quad U_{\text{großer Streifen}} &= 2 \cdot a + 2 \cdot b & A_{\text{kleiner Streifen}} &= a \cdot b \\
 &= 2 \cdot 28\text{cm} + 2 \cdot 3\text{cm} & &= 15\text{cm} \cdot 3\text{cm} \\
 &= 56\text{cm} + 6\text{cm} & &= \underline{\underline{45\text{cm}^2}} \\
 &= \underline{\underline{62\text{cm}}}
 \end{aligned}$$

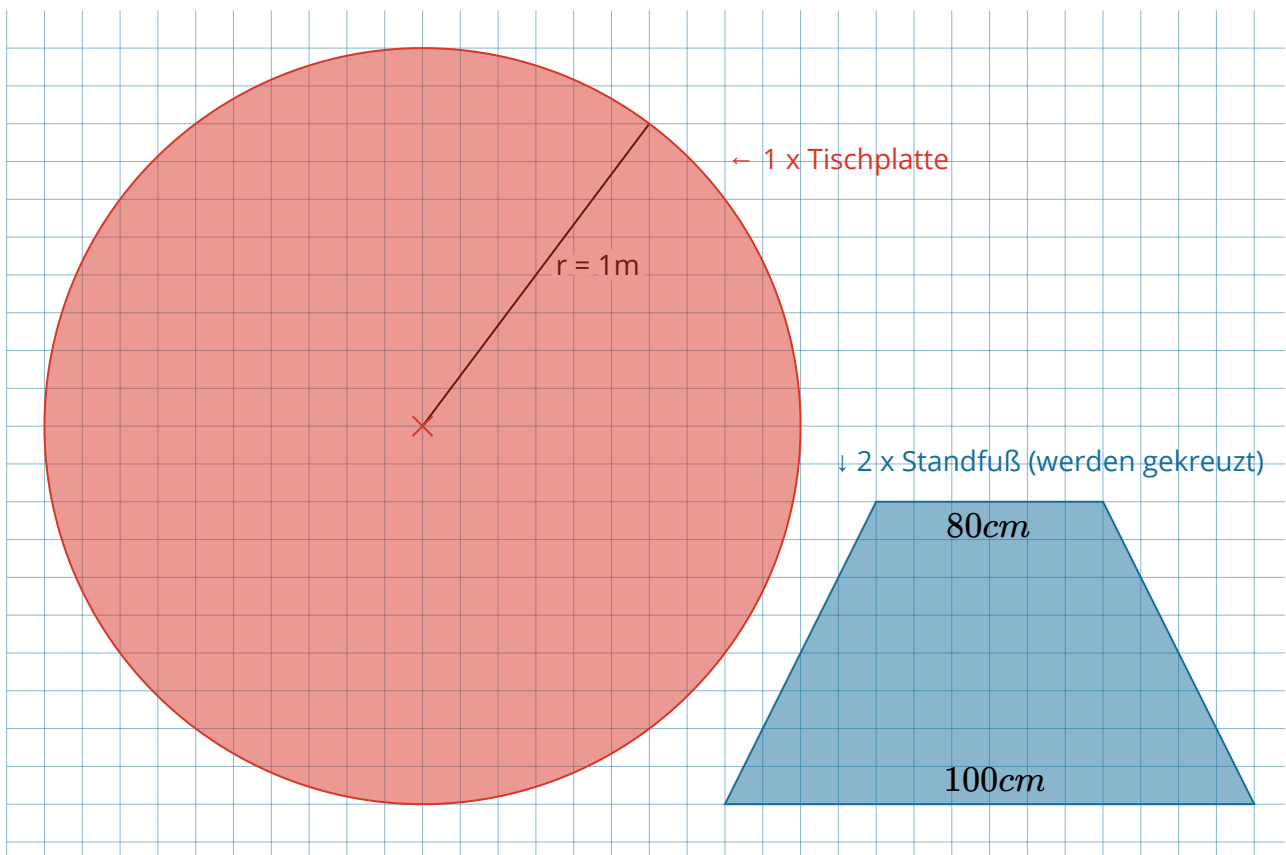
$$\begin{aligned}
 2) \quad U_{\text{kleiner Streifen}} &= 2 \cdot a + 2 \cdot b & A_{\text{großer Streifen}} &= a \cdot b \\
 &= 2 \cdot 15\text{cm} + 2 \cdot 3\text{cm} & &= 28\text{cm} \cdot 3\text{cm} \\
 &= 30\text{cm} + 6\text{cm} & &= \underline{\underline{84\text{cm}^2}} \\
 &= \underline{\underline{36\text{cm}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad U_{\text{kleiner Ring}} &= 2 \cdot \pi \cdot r & A_{\text{kleiner Ring}} &= \pi \cdot r^2 \\
 &= 2 \cdot 3,14 \cdot 6,5\text{cm} & &= 3,14 \cdot (6,5\text{cm})^2 \\
 &= 6,28 \cdot 6,5\text{cm} & &= 3,14 \cdot 42,25\text{cm}^2 \\
 &= \underline{\underline{40,82\text{cm}}} & &= \underline{\underline{132,665\text{cm}^2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad U_{\text{großer Ring}} &= 2 \cdot \pi \cdot r & A_{\text{großer Ring}} &= \pi \cdot r^2 \\
 &= 2 \cdot 3,14 \cdot 13\text{cm} & &= 3,14 \cdot (13\text{cm})^2 \\
 &= 6,28 \cdot 13\text{cm} & &= 3,14 \cdot 169\text{cm}^2 \\
 &= \underline{\underline{81,64\text{cm}}} & &= \underline{\underline{530,66\text{cm}^2}}
 \end{aligned}$$

① Hier siehst du einen Bauplan für einen runden Tisch.
 Berechne, wie viele Quadratmeter Holz hierfür benötigt werden.

- Alle Bauteile werden aus dem gleichen Holz gemacht.
- Der Tisch soll 75cm hoch sein (die Dicke der Tischplatte nicht mit einberechnet).
- Berechne immer im 4-Schritt-Löseverfahren.



ACHTUNG: Der Standfuß wird zwei Mal benötigt!

$$A_{Tischplatte} = \pi \cdot r^2 = \underline{\underline{3,14\text{m}^2}}$$

$$A_{Standfuß} = \frac{(a+c) \cdot h_a}{2} = 6750\text{cm}^2 = \underline{\underline{0,675\text{cm}^2}}$$

$$A_{Gesamt} = A_{Tischplatte} + A_{Standfuß 1} + A_{Standfuß 2} = \underline{\underline{4,49\text{m}^2}}$$

- ② **Um die Tischkante des obigen Tisches soll ein Verzierungsband angebracht werden. Wie lange muss dieses sein?**

Berechne im 4-Schritt-Löseverfahren auf einem karierten Blatt Papier!

Lösung

$$U_{Tischplatte} = 2 \cdot \pi \cdot r = \underline{\underline{6,28m}}$$

Antwort: Es werden $6,28m$ Verzierungsband benötigt.

- ③ **Erläutere, wie die Zahl Pi (π), der Umfang und der Durchmesser eines Kreises zusammenhängen.**

Lösung

Der Umfang eines Kreises geteilt durch die Zahl Pi (π) ist immer exakt die Länge des Durchmessers jenes Kreises:

$$U : \pi = d$$

- ④ **Warum ist die Zahl Pi (π) eine „Konstante“?**

Lösung

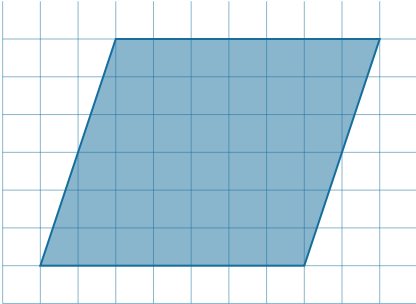
Die Zahl Pi (π) ist eine Konstante, weil man bei jedem Kreis - egal wie groß - als Ergebnis der Rechnung „Umfang geteilt durch Durchmesser“ ($U : d$) die exakt gleiche Zahl herausbekommt: nämlich die Zahl Pi ($\pi = 3,14159\dots$)!

- ⑤ **Wie lautet die Formel zur Flächenberechnung eines Parallelogramms?**

Lösung

$$A_P = a \cdot h_a$$

- ⑥ **Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms.**
(1 Kästchen = 5mm)



Lösung

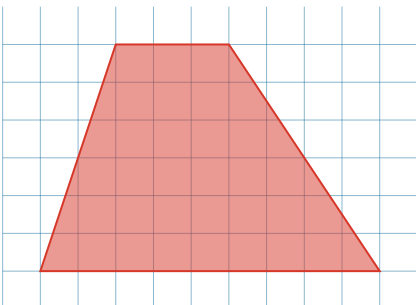
$$\begin{aligned} A_P &= a \cdot h_a \\ &= 5\text{cm} \cdot 3\text{cm} \\ &= \underline{\underline{15\text{cm}^2}} \end{aligned}$$

- ⑦ **Wie lautet die Formel zur Flächenberechnung eines Trapezes?**

Lösung

$$A_P = \frac{(a+c) \cdot h_a}{2}$$

- ⑧ **Berechne den Flächeninhalt des Trapezes.**
(1 Kästchen = 5mm)



Lösung 8

Berechne den Flächeninhalt des Trapezes.
(1 Kästchen = 5mm)

$$\begin{aligned} A_P &= \frac{(a+c) \cdot h_a}{2} \\ &= \frac{(4,5\text{cm} + 1,5\text{cm}) \cdot 3\text{cm}}{2} \\ &= \frac{(6\text{cm}) \cdot 3\text{cm}}{2} \\ &= \frac{18\text{cm}^2}{2} \\ &= \underline{\underline{9\text{cm}^2}} \end{aligned}$$